

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Запорізький національний технічний університет**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

до виконання лабораторних робіт з курсу “Опір матеріалів”  
для студентів всіх спеціальностей  
денної форми навчання

IV семестр

2006

Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з курсу “Опір матеріалів” для студентів всіх спеціальностей денної форми навчання. IV семестр / Укл.: В.Г. Шевченко, А.О. Будник, І.Г. Борисенко, В.Т. Кудін, С.Л. Рягін. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2006. – 47 с.

Укладачі: *В.Г. Шевченко*, доцент, к.т.н.  
*А.О. Будник*, доцент, к.т.н.  
*І.Г. Борисенко*, доцент, к.т.н.  
*В.Т. Кудін*, доцент, к.т.н.  
*С.Л. Рягін*, доцент, к.т.н.

Комп’ютерна графіка  
та верстка: *Г.А. Кот*

Рецензент: *П.К. Штанько*, доцент, к.т.н.  
Експерт: *С.Г. Саксонов*, доцент, к.ф.-м.н.  
Відповідальний  
за випуск: *В.Г. Шевченко*, доцент, к.т.н.

*Видання перероблене та доповнене.*

ЗАТВЕРДЖЕНО

на засіданні кафедри  
механіки

Протокол № 1  
від 30.08.2006 р.

**ЗМІСТ**

ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ . . . . .	4
ЛАБОРАТОРНІ РОБОТИ . . . . .	6
1 Визначення переміщень при косому згинанні консольної балки . . . . .	6
2 Визначення головних напружень при згинанні з крученням труби тонкостінного профілю . . . . .	11
3 Визначення нормальних напружень в кривому брусі . . . . .	15
4 Визначення переміщень балки при плоскому згинанні . . . . .	18
5 Дослідження явища втрати стійкості стиснутого стрижня . . . . .	22
6 Визначення коефіцієнта динамічності при ударі . . . . .	26
7 Визначення ударної в'язкості сталі . . . . .	31
8 Визначення коефіцієнта динамічності при вимушених коливаннях . . . . .	35
9 Випробування металів на втомлюваність при знакозмінних напруженнях . . . . .	41
ЛІТЕРАТУРА . . . . .	47

## ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Дані методичні вказівки є продовженням методичних розробок з виявлення фізико-механічних властивостей різних матеріалів і стосуються методики проведення циклу лабораторних занять, які направлені на дослідження напружено-деформованого стану найпростіших елементів конструкцій.

Лабораторні роботи виконуються студентами в лабораторіях кафедр в присутності викладача. Перед виконанням роботи студенти повинні засвоїти відповідний розділ теоретичного курсу і познайомитись з інструкцією до її виконання.

Лабораторна робота вважається виконаною після її захисту і підпису викладачем. Захист лабораторних робіт може проводитися в усній формі безпосередньо викладачеві або з використанням програмного комплексу [4]. Студенти, які пропустили заняття з поважної причини, зобов'язані виконати відповідну роботу згідно додаткового розкладу, призначеного викладачем. Журнал лабораторних робіт зберігається у студента до закінчення семестру і надається ним при заліках або іспитах. Студенти, які не виконали всі передбачені програмою лабораторні роботи поточного семестру, до заліку не допускаються.

При виконанні лабораторних робіт **необхідно** чітко **дотримуватись основних правил техніки безпеки:**

- в аудиторіях і лабораторіях кафедри забороняється знаходитись у верхньому одязі та вішати його на лабораторне устаткування або класти на столи;
- перед початком робіт студенти повинні познайомитись з правилами техніки безпеки і розписатись в журналі з інструктажу;
- категорично забороняється чіпати, вмикати та вимикати без дозволу викладача чи лаборанта випробувальні машини, вимикачі та інші прилади і обладнання, що не стосуються даної роботи;
- забороняється виконувати роботу без дозволу викладача, переставляти вантажі, прилади, наочні посібники та інше;
- необхідно пам'ятати, що необережне поводження з вогнем або паління в заборонених місцях може бути причиною вибуху або пожежі;

- забороняється без дозволу вмикати та експлуатувати електро-нагрівачі (каміни, плитки та ін.);
- при проведенні лабораторних робіт на випробувальних машинах необхідно упевнитись, що робочий простір машини має захисне та запобіжне устаткування;
- про виявлені неполадки обладнання і порушення правил техніки безпеки студенти повинні негайно повідомляти викладачеві або лаборанту;
- студенти, які порушили правила техніки безпеки, від роботи відстороняються, і про це повідомляється завідувачу кафедри та декану факультету;
- при закінченні роботи студенти приводять своє робоче місце до порядку.

## ЛАБОРАТОРНІ РОБОТИ

### 1 ВИЗНАЧЕННЯ ПЕРЕМІЩЕНЬ ПРИ КОСОМУ ЗГИНАННІ КОНСОЛЬНОЇ БАЛКИ

**Мета роботи:** експериментально перевірити теоретичні формули для визначення повного прогину і положення нейтральної лінії при косому згинанні.

#### Короткі теоретичні відомості

Косе згинання – це такий вид деформування, коли площина дії зовнішніх сил не співпадає з головними осями інерції поперечного перерізу балки. В цьому випадку косий згин можна розглядати як поєднання двох плоских згинів – в горизонтальній і вертикальній площинах.

На основі принципу незалежності дії сил повний прогин при косому згинанні визначається геометричною сумою прогинів в напрямку головних осей інерції

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2},$$

де  $f_x$ ,  $f_y$  – прогини в напрямку головних осей інерції, відповідно, –  $x$  та  $y$ .

Як відомо, принцип незалежності дії сил справедливий тільки в тих випадках, коли переміщення дуже малі в порівнянні з розмірами балки. Тому величину навантаження слід обчислити за умови, що максимальні напруження не будуть перевищувати границю пропорційності.

Для консольної балки довжиною  $l$ , навантаженої на вільному кінці силою  $P$ , яка діє під кутом  $\alpha$  до осі  $y$  (рис. 1.1), необхідна умова має вигляд

$$\sigma_{\max} = \frac{P \cdot l \cdot \cos \alpha}{W_x} + \frac{P \cdot l \cdot \sin \alpha}{W_y} \leq \sigma_{ny},$$

звідки

$$P_{\max} \leq \frac{W_x \cdot \sigma_{ny}}{(l \cdot \cos \alpha + l \cdot \frac{W_x}{W_y} \sin \alpha)}.$$

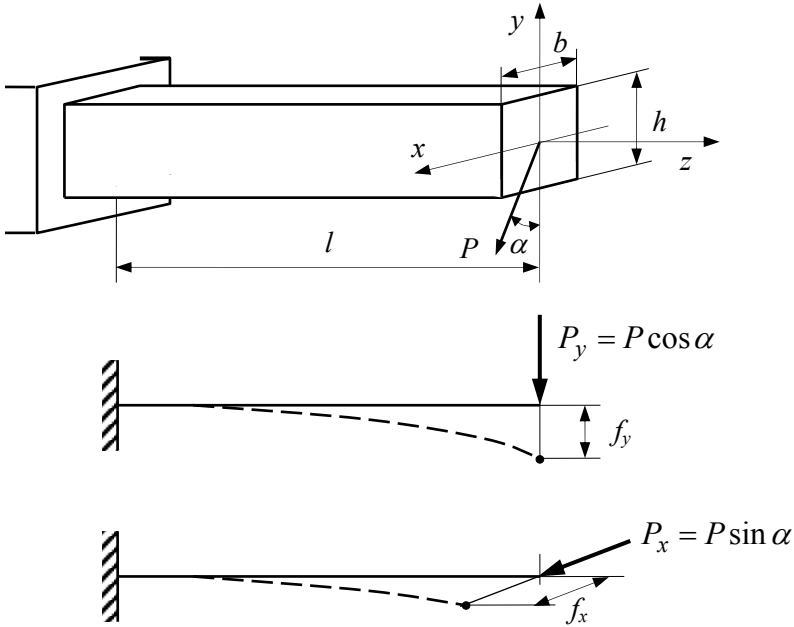


Рисунок 1.1 – Схема косоного згинання консольної балки

Застосовуючи метод початкових параметрів можна визначити прогини в напрямку головних осей інерції

$$f_y = \frac{P_y \cdot l^3}{3E \cdot I_x} = \frac{P \cdot l^3 \cdot \cos \alpha}{3E \cdot I_x}; \quad f_x = \frac{P_x \cdot l^3}{3E \cdot I_y} = \frac{P \cdot l^3 \cdot \sin \alpha}{3E \cdot I_y}.$$

Кут  $\varphi$ , утворений головною віссю  $y$  і напрямком сумарного прогину  $f$  (рис. 1.3), визначається залежністю

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{f_x}{f_y} = \frac{I_x}{I_y} \operatorname{tg} \alpha.$$

Положення нейтральної лінії, як геометричне місце точок, де напруження дорівнює нулю, визначається таким самим кутом  $\varphi$ , тільки створеним цією лінією і головною віссю інерції  $x$ , тобто

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{M_y I_x}{M_x I_y} = -\frac{I_x}{I_y} \operatorname{tg} \alpha .$$

З цього можна зробити висновок, що нейтральна лінія і сумарний прогин завжди ортогональні, тобто кривизна пружної осі балки знаходиться не в силоній площині, а в площині найменшої жорсткості.

### Зразки, вимірні прилади і лабораторні установки

Для спостереження косоного згинання застосовується зразок балки у вигляді штаби 7 прямокутного поперечного перерізу з одним кінцем, жорстко закріпленим в опорі, яка вмонтована в стійку 3 і дає можливість змінювати положення головних осей інерції (рис. 1.2).

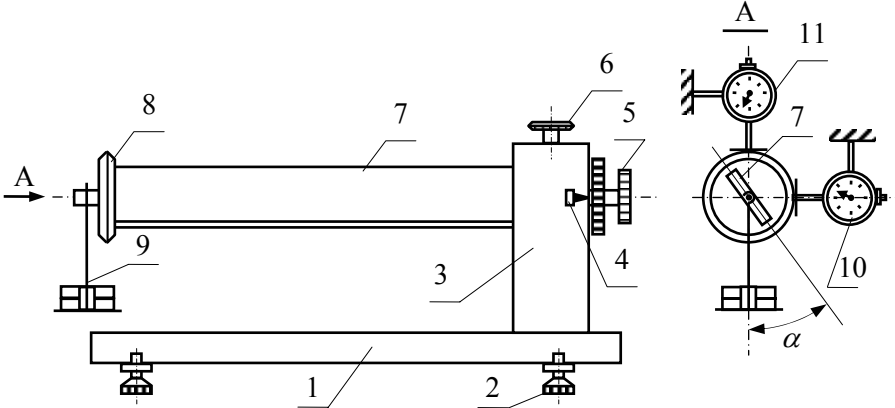


Рисунок 1.2 – Схема лабораторної установки для випробування консольної балки при косому згинанні

До корпусу установки 1, який спирається на регульовані підставки 2, кріпиться стійка 3. Кут повороту зразка вимірюється за допомогою кутоміра 5 з відповідною шкалою і стрілки-показника 4. Задане положення зразка фіксується гвинтом 6. На вільному кінці штаби закріплюють диск 8 і підвіску 9, яка служить для навантаження. Переміщення заміряють в горизонтальному і вертикальному напрямках за допомогою індикаторів 10 і 11, закріплених до корпусу установки, а їх штоки торкаються диска 8.

Матеріал зразка – Сталь 45, для якої  $\sigma_{m\phi} = 220$  МПа,  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа.



### Порядок проведення дослідів

За допомогою штангенциркуля заміряти розміри поперечного перерізу зразка і повернути його на необхідний кут  $\alpha$  відносно вертикалі, наприклад, на  $30^\circ$ , зафіксувавши це положення гвинтом 6.

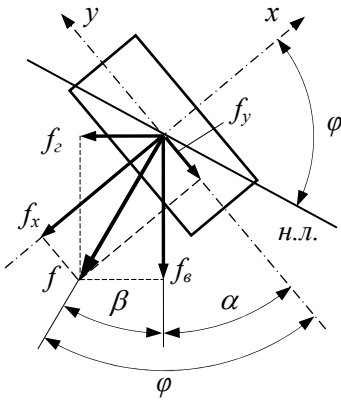


Рисунок 1.3 – Схема напрямку переміщень та положення нейтральної лінії при косому згинанні

Поворотом шкали індикаторів виставити їх в нульове положення. На підставі визначеної сили  $P_{max}$  вибрати ступінь навантаження  $\Delta P$ , наприклад,  $\Delta P = 10$  Н (1 кг с).

Навантажуючи зразок послідовно три рази зусиллям  $\Delta P$ , фіксують показання індикаторів для горизонтальних  $A_{z(i)}$  та вертикальних  $A_{e(i)}$  переміщень (рис. 1.3) і записують їх в журнал лабораторних робіт відповідної форми. Після закінчення дослідів зразок розвантажують.

За даними спостереження обчислити приріст показань на кожному ступіні навантаження і їх середню величину, тобто

$$\Delta A_{z(i)} = A_{z(i)} - A_{z(i-1)}; \quad \Delta A_{e(i)} = A_{e(i)} - A_{e(i-1)}; \quad i=1, 2, 3;$$

$$\Delta A_{z(cp)} = \frac{\sum_{i=1}^3 \Delta A_{z(i)}}{3}; \quad \Delta A_{e(cp)} = \frac{\sum_{i=1}^3 \Delta A_{e(i)}}{3}.$$

Результати експериментальних досліджень дають можливість визначити величину переміщень балки в горизонтальному і вертикальному напрямках та сумарний прогин, а також положення нейтральної лінії (рис. 1.3)

$$f_z = \Delta A_{z(cp)} \cdot n; \quad f_b = \Delta A_{b(cp)} \cdot n; \quad f = \sqrt{f_z^2 + f_b^2};$$

$$\varphi = \alpha + \beta, \quad \beta = \arctg\left(\frac{f_z}{f_b}\right),$$

де  $n$  – ціна поділки шкали індикатора.

За відомими розмірами балки та відповідними теоретичними формулами обчислити прогини  $f_x, f_y, f$  і кут  $\varphi$  при дії зосередженої сили  $\Delta P$  та порівняти їх з експериментальними даними.

[1, С. 92–96; 2, С. 149–151; 3, С. 41 – 46].

## 2 ВИЗНАЧЕННЯ ГОЛОВНИХ НАПРУЖЕНЬ ПРИ ЗГИНАННІ З КРУЧЕННЯМ ТРУБИ ТОНКОСТІННОГО ПРОФІЛЮ

**Мета роботи:** експериментально визначити величину і напрямок головних напружень в поверхневому шарі тонкостінної труби при згинанні з крученням.

### Короткі теоретичні відомості

Косе згинання з крученням – це такий вид деформування, при якому в поперечних перерізах елемента конструкції виникають одночасно згинальні і крутні моменти.

В нашому випадку при навантаженні труби силами  $P_1$  і  $P_2$  (рис. 2.1) в перерізі на відстані  $a_3$  від вільного кінця (точка  $A$ ) ці моменти визначаються так

– крутний:

$$M_{кр} = P_1 \cdot a_1 + P_2 \cdot a_2;$$

– згинальний:

$$M_{зг} = (P_1 - P_2) \cdot a_3 .$$

Відповідні їм напруження в точці  $A$  дорівнюють

$$\tau = \frac{M_{кр}}{W_p}; \quad \sigma = \frac{M_{зг}}{W_x},$$

де  $W_p = \frac{\pi D^3}{16} \left(1 - \frac{d^4}{D^4}\right)$  – полярний момент опору перерізу труби;

$W_x = 0,5 W_p$  – осьовий момент опору;

$D, d$  – зовнішній і внутрішній діаметри труби.

При цьому в поверхневому шарі (точка  $A$ ) виникає плоский напружений стан (рис. 2.2).

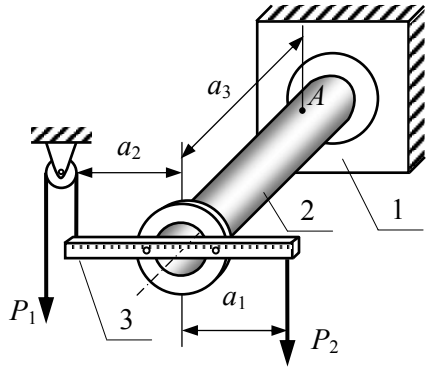


Рисунок 2.1 – Схема навантаження зразка при згинанні з крученням

Дотичні напруження від поперечних сил в точці  $A$  дорівнюють нулю. У повздовжніх перерізах, згідно закону парності, виникають такі ж дотичні напруження, як і в поперечних перерізах, тобто  $\tau' = -\tau$ .

Для даного напруженого стану головні напруження обчислюють за формулами

$$\sigma_1 = \frac{\sigma}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}; \quad \sigma_3 = \frac{\sigma}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}; \quad \sigma_2 = 0.$$

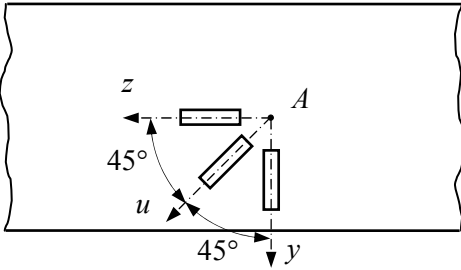


Рисунок 2.3 – Схема наклейки розетки електротензодатчиків

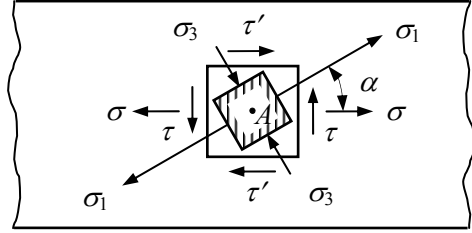


Рисунок 2.2 – Напружений стан в точці  $A$  тонкостінної труби

Положення головних площин визначається кутом  $\alpha$  між напрямком  $\sigma_1$  і твірною труби

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2\tau}{\sigma}.$$

Додатний напрямку кута  $\alpha$  відраховується від напрямку  $\sigma_1$  проти годинникової стрілки.

### Зразки, вимірні прилади і лабораторні установки

Дослідження проводять на лабораторній установці, принципова схема якої показана на рис. 2.1. Установка складається із корпусу 1 і зразка 2 у вигляді дюралюмінієвої тонкостінної труби, яка жорстко закріплюється одним кінцем до корпусу 1. Навантажуючий важіль 3 закріплюється на вільному кінці труби, до якого за допомогою гирьових підвісок прикладають зусилля  $P_1$  і  $P_2$  різної величини. Конструкція підвісок дозволяє змінювати плечі важеля  $a_1$  і  $a_2$ , створюючи різні співвідношення між крутним і згинальним моментами. Відносні де-

формації заміряють за допомогою електротензодатчиків, наклеєних в точці  $A$  на поверхні труби у вигляді розетки, схема якої показана на рис. 2.3. Електротензодатчики послідовно вмикаються в електромостову схему через реєстраційний прилад [3, 5].

### Порядок проведення дослідів

До випробування встановлюють пружні характеристики матеріалу труби, перевіряють її розміри, плечі важелів, роботу електротензодатчиків та переносного реєстраційного приладу.

Перші відліки  $A_{z(1)}$ ,  $A_{u(1)}$ ,  $A_{y(1)}$  при почерговому вмиканні в ланцюг трьох датчиків розетки фіксують без навантаження зразка, тобто при  $P_1=0$  і  $P_2=0$ . Потім зразок навантажують силами  $P_1$  і  $P_2$ , причому  $P_1 > P_2$ , і проводять наступний відлік при почерговому вмиканні всіх датчиків. Таким же чином проводять відлік третій та четвертий рази при зусиллях, збільшених на  $\Delta P$ .

Далі визначають прирости відліків в напрямку кожного датчика

$$\Delta A_{z(i)} = A_{z(i+1)} - A_{z(i)}; \quad \Delta A_{y(i)} = A_{y(i+1)} - A_{y(i)}; \quad \Delta A_{u(i)} = A_{u(i+1)} - A_{u(i)}$$

і середнє значення цих приростів, яке відповідає ступені навантаження  $\Delta P$ , тобто

$$\Delta A_{z(cp)} = \frac{\sum_{i=1}^3 \Delta A_{z(i)}}{3}; \quad \Delta A_{y(cp)} = \frac{\sum_{i=1}^3 \Delta A_{y(i)}}{3}; \quad \Delta A_{u(cp)} = \frac{\sum_{i=1}^3 \Delta A_{u(i)}}{3}.$$

Середню величину відносного подовження (деформації) в напрямку кожного датчика обчислюють за формулами

$$\varepsilon_z = \Delta A_{z(cp)} n; \quad \varepsilon_y = \Delta A_{y(cp)} n; \quad \varepsilon_u = \Delta A_{u(cp)} n,$$

де  $n$  – ціна поділки шкали реєстраційного приладу.

Далі визначають головні деформації  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_3$  та головні напруження  $\sigma_1$ ,  $\sigma_3$  і кут  $\alpha$ , тобто положення головних площадок

$$\varepsilon_{1,3} = \frac{\varepsilon_z + \varepsilon_y}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\varepsilon_z - \varepsilon_u)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_u)^2};$$

$$\sigma_1 = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_1 + \mu \varepsilon_3); \quad \sigma_3 = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_3 + \mu \varepsilon_1);$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{\varepsilon_z + \varepsilon_y - 2\varepsilon_u}{\varepsilon_z - \varepsilon_y}.$$

На завершення порівнюють експериментальні дані з результатами теоретичних розрахунків.

**[1, С. 98; 3, С. 47 – 51].**

### 3 ВИЗНАЧЕННЯ НОРМАЛЬНИХ НАПРУЖЕНЬ В КРИВОМУ БРУСІ

**Мета роботи:** провести експериментальне дослідження нормальних напружень в кривому брусі та перевірити розрахункові формули для їх визначення.

#### Короткі теоретичні відомості

При навантаженні кривого бруса силою  $P$ , прикладеною вздовж вертикальної осі, яка проходить через центр кривизни (рис. 3.1), в небезпечному перерізі 1–5 виникають поздовжня сила  $N=P$  і згинальний момент  $M_x=P \cdot R_0$ .

Нормальні напруження в кривому брусі великої кривизни змінюються за законом гіперболи і визначаються наступною формулою

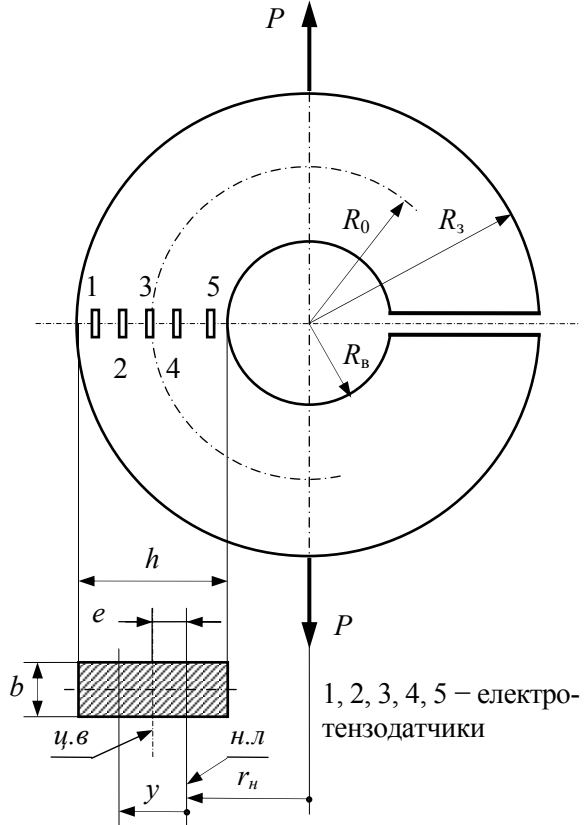


Рисунок 3.1 – Схема навантаження зразка і розташування електротензодатчиків

$$\sigma = \frac{N}{F} \pm \frac{M_x \cdot y}{S_{н.л.} \cdot (r_n + y)}, \quad (3.1)$$

де  $S_{н.л.} = F \cdot e$  – статичний момент площі поперечного перерізу відносно нейтральної осі;

$F = b \cdot h$  – площа поперечного перерізу;

$e = R_0 - r_n$  – відстань між нейтральною і центральною осями (зміщення нейтральної лінії);

$R_0 = \frac{R_3 + R_6}{2}$  – радіус кривизни центральної осі бруса;

$r_n = \frac{h}{\ln \frac{R_3}{R_6}}$  – радіус кривизни нейтральної лінії;

$h = R_3 - R_6$  – висота поперечного перерізу бруса;

$R_3, R_6$  – відповідно зовнішній і внутрішній радіуси кривизни бруса;

$y$  – відстань від нейтральної лінії до точки, в якій визначається напруження.

Враховуючи введені позначення, напруження в досліджуваних точках визначатимуться так

$$\sigma_{(i)} = \frac{P}{F} \pm \frac{P \cdot R_0 \cdot y_{(i)}}{F \cdot e \cdot R_{(i)}}; \quad y_{(i)} = R_{(i)} - r_n; \quad i = 1, 2, 3, 4, 5.$$

### Зразки, вимірні прилади і лабораторні установки

Для експериментального дослідження напружень в кривому брусі використовується лабораторний прилад, який складається із зразка і шарнірних пристроїв. Зразок у вигляді розрізаного кільця (рис. 3.1) має прямокутний поперечний переріз  $b \cdot h = 10 \times 60$  мм;  $R_3 = 100$  мм;  $R_6 = 40$  мм. Матеріал зразка – Сталь 3, модуль пружності –  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа.

Напруження досліджують методом електротензометрування, для чого на зразок в зазначених точках 1, 2, 3, 4, 5 наклеюють датчики опору [3, 5]. Тензодачики з'єднані за мостовою схемою і підключені до переносного реєстраційного приладу з ціною поділки його шкали  $n$ .

В роботі використовують розривну машину ВР-100, але можна застосовувати й інші машини, придатні для такого дослідження.



### Порядок проведення дослідів

До випробування перевіряють розміри зразка, координати наклейки датчиків опору, роботу електротензодатчиків та переносного реєстраційного приладу.

Перші відліки  $A_{0(i)}$  при почерговому вмиканні в ланцюг всіх датчиків фіксуються без навантаження зразка, тобто при  $P=0$ . Потім, поступово навантажуючи зразок через кожні  $\Delta P=2$  кН, проводять наступні відліки для кожного датчика  $A_{k(i)}$ .

Далі визначають прирости відліків

$$\Delta A_{k(i)} = A_{k(i)} - A_{k-1(i)}, \quad k=1, 2, 3$$

і середнє значення цих приростів, яке відповідає ступені навантаження  $\Delta P$ , тобто

$$\Delta A_{cp(i)} = \frac{\sum_{k=1}^3 \Delta A_{k(i)}}{3}, \quad i=1, 2, 3, 4, 5.$$

Помноживши середній приріст на ціну поділки приладу і модуль пружності, обчислюють для кожної точки середній приріст напружень

$$\Delta \sigma_{(i)} = \Delta A_{cp(i)} \cdot n \cdot E.$$

Якщо ціна поділки приладу виражається в мегапаскалях (МПа), то

$$\Delta \sigma_{(i)} = \Delta A_{cp(i)} \cdot n.$$

За результатами дослідів будують епюру нормальних напружень в перерізі бруса і порівнюють експериментальні та теоретичні дані.

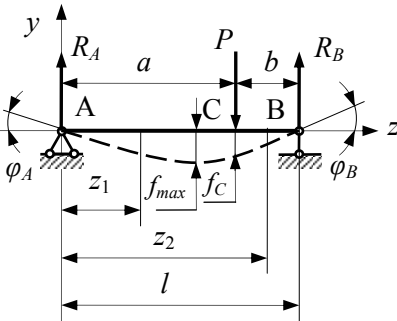
[1, С. 96 – 98; 2, С. 154 – 159; 3, С. 11 – 14].

#### 4 ВИЗНАЧЕННЯ ПЕРЕМІЩЕНЬ БАЛКИ ПРИ ПЛОСКОМУ ЗГИНАННІ

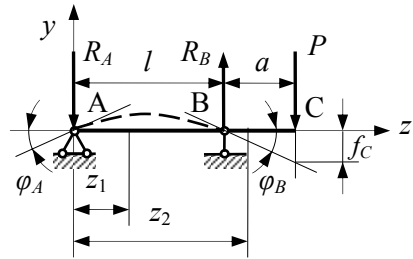
**Мета роботи:** визначити експериментально прогини і кути повороту опорних перерізів двохопорної балки та порівняти їх з теоретичними даними.

##### Короткі теоретичні відомості

Переміщення – кут повороту перерізу  $\varphi(z)$  і прогин  $w(z)$  та  $f_{max}$  для балки, зображеної на рис. 4.1, – можна визначити методом початкових параметрів або іншими відомими методами. Так, застосовуючи універсальне рівняння методу початкових параметрів, при умові, що початок системи координат знаходиться на лівій опорі, і балка навантажена тільки зосередженими силами ( $R_A$ ,  $R_B$ ,  $P$ ), рівняння кутів повороту і прогинів має вигляд



а – проста балка;



б – балка з консольною частиною

Рисунок 4.1 – Розрахункові схеми двохопорних балок

– для схеми рис. 4.1, а:

$$\varphi(z) = \varphi_0 + \frac{1}{E \cdot I_x} \left[ \frac{R_A(z-0)^2}{2} - \frac{P(z-a)^2}{2} \right]; \quad (4.1)$$

$$w(z) = w_0 + \varphi_0 \cdot z + \frac{1}{E \cdot I_x} \left[ \frac{R_A(z-0)^3}{6} - \frac{P(z-a)^3}{6} \right], \quad (4.2)$$

– для схеми рис. 4.1, б:

$$\varphi(z) = \varphi_0 + \frac{1}{E \cdot I_x} \left[ -\frac{R_A(z-0)^2}{2} + \frac{R_B(z-l)^2}{2} \right]; \quad (4.3)$$

$$w(z) = w_0 + \varphi_0 \cdot z + \frac{1}{EI_x} \left[ -\frac{R_A(z-0)^3}{6} + \frac{R_B(z-l)^3}{6} \right], \quad (4.4)$$

де  $\varphi_0, w_0$  – початкові параметри, які визначаються за граничними умовами.

Один із початкових параметрів (прогин на опорі  $A$ ) дорівнює нулю ( $z = 0, w_A = w_0 = 0$ ), другий (кут повороту перерізу  $A$ ) визначається за умовою рівності нулю прогину на опорі  $B$ , тобто при  $z = l, w_B = 0$ .

Підставивши цю умову в рівняння (4.2) та (4.4), одержимо  
– для схеми рис. 4.1, а:

$$\varphi_A = \varphi_0 = -\frac{1}{E \cdot I_x} \left[ \frac{R_A \cdot l^3}{6l} - \frac{P(l-a)^3}{6l} \right];$$

– для схеми рис. 4.1, б:

$$\varphi_A = \varphi_0 = -\frac{1}{E \cdot I_x} \left[ -\frac{R_A \cdot l^3}{6l} \right],$$

після чого можна визначити переміщення в будь-якій точці балки.

Наприклад, для схеми рис. 4.1, а, коли  $a = b = 0,5l$ , а реакції  $R_A = R_B = 0,5P$ , кути повороту на опорах і максимальний прогин при  $z = 0,5l$  визначаються так

$$\varphi_0 = \varphi_A = -\frac{P \cdot l^2}{16E \cdot I_x}; \quad \varphi_B = \frac{P \cdot l^2}{16E \cdot I_x}; \quad w_C = f_{\max} = -\frac{P \cdot l^3}{48E \cdot I_x}.$$

### Зразки, вимірні прилади і лабораторні установки

Дослідження проводиться на зразку у вигляді сталеві штаби, яка має поперечний переріз  $b \times h = 7 \times 40$  мм.

Матеріал зразка – Сталь 3, модуль пружності –  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа.

Прогини і кути повороту перерізів визначають за допомогою індикаторів годинникового типу з ціною поділки  $n = 0,01$  мм.

Зразок 11 шарнірно закріплюють в лабораторній установці (рис. 4.2), яка складається з наступних основних частин: корпус 1, який спирається на чотири регульованих опори 2, рухома 8 та нерухома 3 стійки, індикаторна стійка 4, гирьова підвіска з набором вантажів 6.

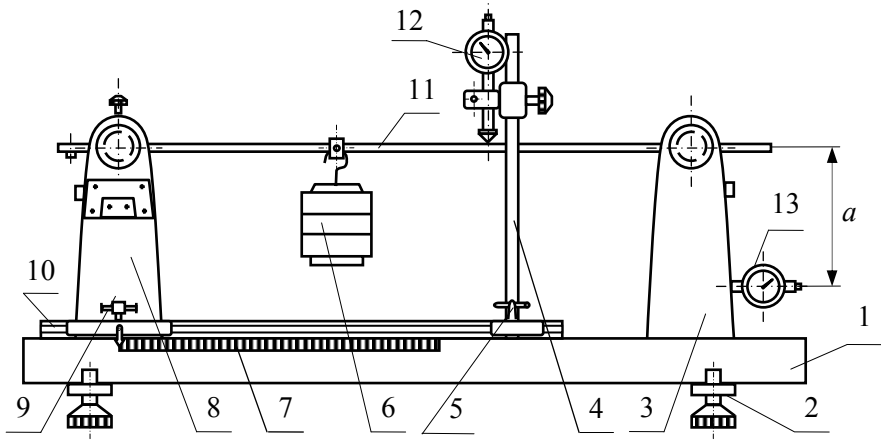


Рисунок 4.2 – Схема лабораторної установки

Рухома стійка 8 може переміщуватись уздовж корпусу, що дає можливість змінювати довжину прольоту в межах 700...1000 мм, а також отримувати балку з консольною частиною (рис. 4.1, б). Щоб уникнути самовільного переміщення рухомої стійки уздовж корпусу, її фіксують на рейці 10 гвинтом 9. Налаштовуючи установку на вибрану схему, контролюють переміщення стійки за допомогою шкали 7, нерухомо закріпленої до корпусу. Нерухома стійка 3 жорстко закріплена гвинтами до корпусу. Гирьові підвіски можна переміщувати по довжині зразка, змінюючи тим самим точки прикладання сил. Кути повороту опорних перерізів зразка вимірюють за допомогою індикаторів 13, які

закріплюються відповідно на рухомій та нерухомій стійках. Своїми рухомими штоками індикатори спираються на опорні п'ятки стрижнів, жорстко з'єднаних зі зразком, з розрахунковою довжиною (вимірною від осі зразка до осі індикатора)  $a=150$  мм. Прогини вимірюються індикатором 12, закріпленим на індикаторній стійці 4, яку можна переміщувати уздовж корпусу установки по направляючим. Фіксується стійка відносно направляючих гвинтом 5.

### Порядок проведення дослідів

Відповідно указаній викладачем схемі (рис. 4.1, а, б) налаштувати установку і провести експеримент в наступній послідовності.

1. Виставити необхідну відстань між опорами.
2. Перемістити гирьові підвіски в точки навантаження.
3. Пересуваючи індикаторну стійку, сумістити рухомий шток індикатора 12 з точкою вимірів прогину.
4. Індикатори 13 пересунути в їх затискаючих пристроях так, щоб рухомі штоки спірались на п'ятки опорних стрижнів.
5. Виставити стрілки всіх індикаторів на "0".
6. Вибрати ступінь навантаження  $\Delta P$  (наприклад, 10 Н) і навантажити зразок 3 – 4 рази, збільшуючи зусилля за кожним разом на  $\Delta P$ . Після кожної ступені навантаження індикаторами 12 і 13 фіксують відповідні прогини  $A_1$  та кути повороту опорних перерізів  $A_2$ .
7. Розвантажити зразок в зворотній послідовності та порівняти показання індикаторів з початковими.
8. Підрахувати середні арифметичні прирости прогинів  $\Delta A_1^{cp}$  та кутів повороту  $\Delta A_2^{cp}$  і визначити їх числові значення  $\Delta f = \Delta A_1^{cp} n$ ,  

$$\Delta \varphi = \frac{\Delta A_2^{cp} n}{a}$$
.
9. За відповідними формулами визначити теоретичне значення прогину і кутів повороту перерізів при навантаженні  $\Delta P$ .
10. Визначити розбіжність між експериментальними і теоретичними даними, яка має бути в межах  $\pm 5\%$ .
11. Результати дослідження записати в журнал відповідної форми.

[1, С. 85; 2, С. 144–147; 3, С. 37 – 40].

## 5 ДОСЛІДЖЕННЯ ЯВИЩА ВТРАТИ СТІЙКОСТІ СТИСНУТОГО СТРИЖНЯ

**Мета роботи:** вивчити експериментально явище втрати стійкості стиснутого стрижня і перевірити теоретичні формули для визначення критичної сили при різних способах закріплення його кінців.

### Короткі теоретичні відомості

Для багатьох деталей машин, елементів конструкцій і споруд розрахунки на міцність та жорсткість можуть бути недостатніми для того, щоб отримати повне уявлення про їх працездатність та з'ясувати, чи знаходиться споруда або її елементи в стані стійкої рівноваги. Розглянемо найчастіше в інженерній практиці випадки втрати стійкості стрижня, довжина якого набагато більша розмірів поперечного перерізу.

Якщо прямолінійний гнучкий стрижень стискувати осью силою  $P$ , то при певній величині цієї сили настає явище втрати стійкості, стрижень зігнеться. Найменшу силу, яка виводить стрижень з прямолінійної форми стійкої рівноваги, називають критичною силою  $P_{кр}$ . Втрату стійкості стиснутого прямолінійного стрижня іноді називають поздовжнім згином, тому що під дією осевих сил стрижень значно викривляється. Поява поздовжнього згину небезпечна тим, що при незначному збільшенні стискаючої сили прогини зростають дуже швидко. Таким чином, прямолінійна форма рівноваги гнучкого стрижня стійка, якщо сила  $P$  менша критичної  $P_{кр}$ . Якщо  $P=P_{кр}$ , то поряд з прямолінійною формою, яка є нестійкою, стає можливою криволінійна форма рівноваги при незначному зростанні сили.

Вперше задачу про стійкість гнучкого стрижня поставив і вирішив в 1864 р. Леонард Ейлер.

Величина критичної сили залежить від розмірів, матеріалу стрижня та умови закріплення його кінців і визначається за узагальненою формулою Ейлера

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 E \cdot I_{min}}{(\mu \cdot l)^2}, \quad (5.1)$$

де  $E$  – модуль пружності матеріалу стрижня;  
 $I_{min}$  – мінімальний момент перерізу стрижня;

$\mu$  – коефіцієнт зведення довжини, який залежить від способу закріплення кінців стрижня (рис. 5.1).

$\mu \cdot l = l_{зв}$  – зведена довжина стрижня, яка вперше була запропонована професором Петербурзького інституту інженерів шляхів сполучення Ф.С. Ясинським. Формула Ейлера була запропонована для випадку, коли  $\mu=1$ , тобто для шарнірного закріплення кінців стрижня.

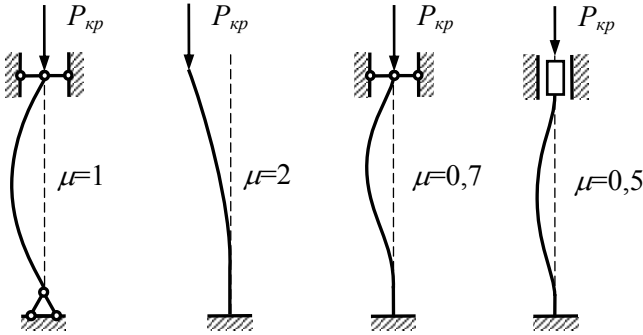


Рисунок 5.1 – Схеми закріплення кінців стрижня

Критичне напруження, яке виникає в момент втрати стійкості, визначається формулою

$$\sigma_{кр} = \frac{P_{кр}}{F} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, \quad (5.2)$$

де  $\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{min}}$  – гнучкість стрижня; (5.3)

$$i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{F}} \text{ – мінімальний радіус інерції.}$$

Формула Ейлера застосовується, коли  $\sigma_{кр} \leq \sigma_{пц}$ , де  $\sigma_{пц}$  – границя пропорційності матеріалу стрижня.

Із цієї умови визначається гранична гнучкість  $\lambda_{зр} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{пц}}}$ .

Тоді умова застосування формули Ейлера має вигляд  $\lambda \geq \lambda_{ep}$ .

Гранична гнучкість для звичайної сталі –  $\lambda_{ep}=100$ , для чавуну –  $\lambda_{ep}=80$ , для алюмінієвого сплаву –  $\lambda_{ep}=76$ , для сосни –  $\lambda_{ep}=100$ .

### Зразки, вимірні прилади і лабораторні установки

Для спостереження втрати стійкості застосовують сталеві зразки великої гнучкості прямокутного поперечного перерізу. Навантажують їх на спеціальних лабораторних установках (рис. 5.2). Критичну силу визначають для двох випадків закріплення кінців стрижня. Нижній кінець стрижня 1 може закріплюватись шарнірно або жорстко. Верхній кінець стрижня кріпиться шарнірно. Зразок сприймає зусилля через шток 2 і важіль 3 за допомогою гирьової підвіски 4. Важіль, шток і гирьова підвіска збалансовані противагою 5, тобто їх вага на зразок не передається.

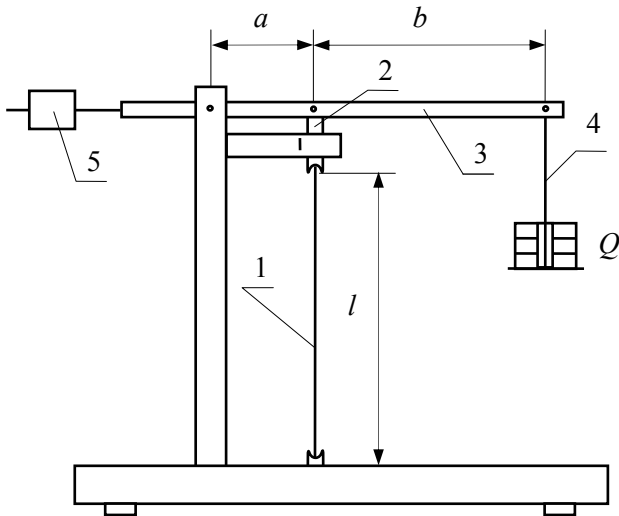


Рисунок 5.2 – Схема установки

### Порядок проведення дослідів

Перед дослідом ретельно виміряти довжину та поперечні розміри зразка і за формулою (5.3) обчислити для кожного випадку закріплення гнучкість, щоб переконатись у тому, що для визначення критичної си-



ли можна застосувати формулу Ейлера. Потім за формулою (5.1) підрахувати теоретичне значення критичної сили для відповідних умов закріплення. Закріпивши зразок в опорах шарнірно, навантажувати його поступово, перевіряючи кожен раз, чи не втратив він стійкості. Для цього легким натиском руки посередині відхилити зразок від вертикалі і простежити, чи повернеться він до початкової форми. Якщо після цього зразок повертається, то його форма рівноваги стійка, і сила ще не досягла критичного значення. Повторюють навантаження до тих пір, поки при деякому значенні сили зразок проявляє втрату стійкості (не повертається до прямолінійної форми). Це і є критична сила, яку обчислюють формулою

$$P_{кр} = \frac{a+b}{a} Q, \quad (5.4)$$

де  $Q$  – вага вантажу,  $H$  (рис.5.2).

Порівняти одержане значення критичної сили з теоретичним і підрахувати процент розбіжності.

Для іншого закріплення кінців зразка критичну силу визначають аналогічно. Результати дослідження записати в журнал відповідної форми.

[1, С. 122–124; 2, С. 159–163; 3, С. 72 – 74].

## 6 ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ДИНАМІЧНОСТІ ПРИ УДАРІ

**Мета роботи:** перевірити експериментально теоретичні формули для визначення коефіцієнта динамічності при ударі з урахуванням маси системи.

### Короткі теоретичні відомості

Розрахунок деталей машин і споруд на динамічне навантаження набагато складніший, ніж на статичне. Ці труднощі полягають в ускладненні методів визначення внутрішніх сил і напружень при дії динамічного навантаження.

Метод розрахунку на динамічне навантаження ґрунтується на відомому принципі д'Аламбера, згідно якого рухоме тіло можна вважати як зрівноважене, якщо до діючих на нього сил додати силу інерції, рівну добуткові маси на його прискорення.

При вільному падінні швидкість вантажу в момент удару визначається формулою  $v = \sqrt{2gh}$ . За дуже короткий проміжок часу (соті доли секунди) швидкість зменшується до нуля. Завдяки великому прискоренню, виникає значна сила інерції, якою і визначається дія удару.

Теоретично важко встановити закон, за яким змінюється швидкість при ударі, і, як наслідок, і силу інерції. Тому при ударних навантаженнях використовують метод, який ґрунтується на законі збереження енергії, при таких припущеннях:

- напруження при ударі не перевищує границю пропорційності (дотримується закон Гука);
- модуль пружності при динамічному навантаженні залишається таким самим, як і при статичному;
- вантаж після удару не відокремлюється від системи, а рухається разом з нею;
- вантаж при ударі не деформується
- маса системи набагато менша маси вантажу (система вважається невагомою);
- швидкістю деформування та частиною енергії, що розсіюється, нехтують.

При вільному падінні вантажу масою  $m$  з висоти  $h$  (рис. 6.1) закон збереження енергії запишеться так

$$K=U,$$

де  $Q=mg$  – вага вантажу, Н;

$K=Q(h+\Delta_{\delta})$  – потенціальна енергія вантажу, яка при падінні перетворюється на кінетичну;

$U=0,5 P_{\delta} \Delta_{\delta}$  – потенціальна енергія деформації пружної системи;

$$\Delta_{\delta} = \frac{P_{\delta} \cdot l^3}{48E \cdot I_x} \text{ – динамічне переміщення;}$$

$P_{\delta}$  – сила удару.

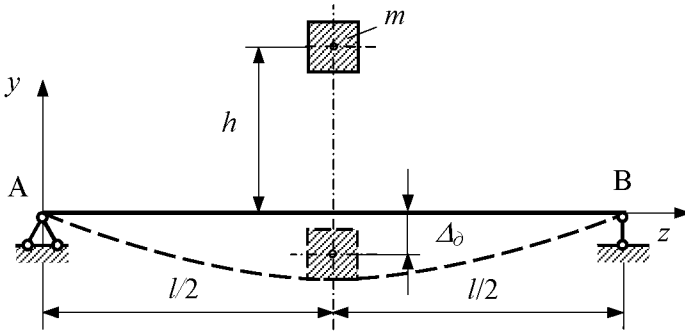


Рисунок 6.1 – Схема дії ударного навантаження на балку

Маючи на увазі, що  $P_{\delta} = \frac{48E \cdot I_x \cdot \Delta_{\delta}}{l^3}$ , а  $Q = \frac{48E \cdot I_x \cdot \Delta_{cm}}{l^3}$ , прогин балки при ударі без врахування її маси визначається формулою

$$\Delta_{\delta} = \Delta_{cm} + \sqrt{\Delta_{cm}^2 + 2h\Delta_{cm}}$$

або

$$\Delta_{\delta} = \Delta_{cm} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{cm}}} \right), \quad (6.1)$$

де  $\Delta_{cm} = \frac{Q \cdot l^3}{48E \cdot I_x}$  – статичний прогин балки від сили, яка дорів-

нює вазі вантажу. Так як відношення  $\Delta_{\partial}$  до  $\Delta_{cm}$  характеризує дію ударного навантаження, то вираз, взятий в дужки у формулі (6.1), є коефіцієнтом динамічності, тобто

$$k_{\partial} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{cm}}}. \quad (6.2)$$

Як правило, необхідно враховувати масу пружної системи, коли вона може бути порівняна з масою вантажу або навіть її перебільшувати. Тоді врахувати масу системи можна на підставі припущення про те, що швидкість частинок системи при ударі змінюється за таким же законом, як і закон зміни переміщень при статичному навантаженні. Наприклад, для установки на рис. 6.2 формула (6.2) буде мати такий вигляд

$$k_{\partial} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{cm} \left( 1 + \frac{\eta \cdot m_{\delta} + m_y}{m} \right)}}, \quad (6.3)$$

де  $m_{\delta}$  – маса балки 7;

$m_y$  – маса уловлювача 8;

$\eta=17/35$  – коефіцієнт зведення маси балки до точки удару при поперечному згинанні.

### **Зразки, вимірні прилади і лабораторні установки**

Для дослідження застосовується лабораторна установка (рис. 6.2), яка має зразок – балку 7 прямокутного поперечного перерізу, виготовлену із Сталі 65Г. Зразок шарнірно опирається на дві стійки 6 і 13, які закріплюються до корпусу 1 з регульованими підставками 2. Статична визначеність реалізується за рахунок шарнірно-рухомої опори 13. Для затримки падаючого на зразок вантажу – кульки 9 – у вихідному положенні служить електромагніт 10, що встановлений на кронштейні, переміщенням якого по штанзі 11 можна задавати необхідну висоту падіння вантажу. Кронштейн на штанзі фіксується гвинтом. Щоб в мо-

мент удару кулька не відскакувала від балки, її оснащено спеціальним уловлювачем 8, внутрішня поверхня якого – конусна, чим і забезпечується заклинення падаючої кульки. Динамічний та статичний прогини визначають за допомогою мікрометра 4 з ціною поділки 0,01 мм, фіксуючи в момент контакту штока мікрометра з балкою. Пульти керування виконаний у вигляді окремого блоку 5 і змонтований на корпусі установки.

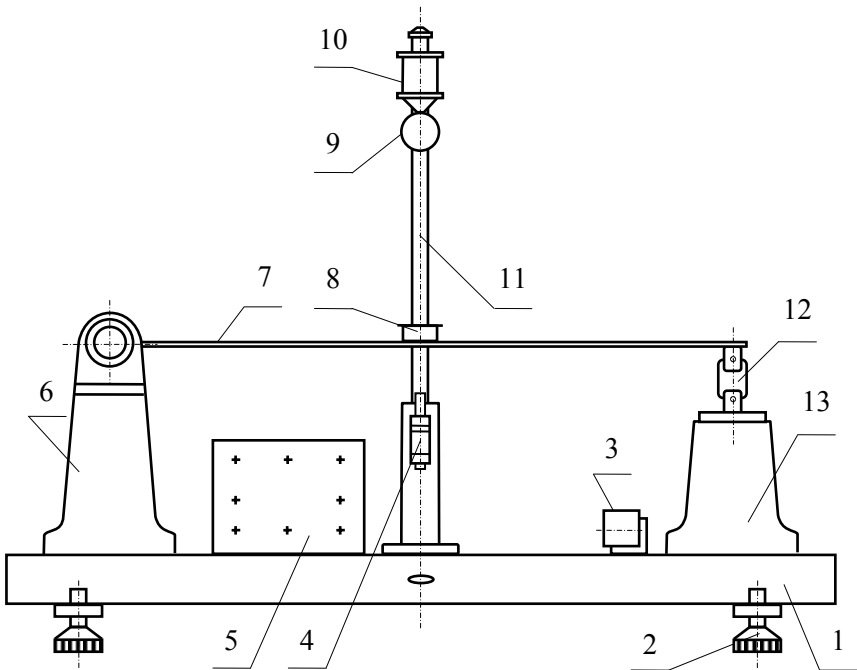


Рисунок 6.2 – Схема лабораторної установки

### Порядок проведення дослідів

Перед дослідом ретельно вимірити довжину та поперечні розміри зразка і висоту падіння вантажу. Ввімкнути тумблером “220 В” електроживлення пульта 5, після чого загоряється лампа “мережа”. Зафіксувати положення балки без навантаження (прогин від власної ваги  $\Delta_0$ )

за допомогою мікрометра 4. Для цього повільно підкрутити його шток до моменту дотику з балкою, спостерігаючи за сигнальною лампою “контакт”, яка в цей момент загоряється. Відвести шток мікрометра від балки, відкрутивши його в зворотному напрямку, навантажити балку тягарем 3 ( $m_1=1$  кг), попередньо повернувши схему пульта у вихідне положення натисканням кнопки “сброс”<sup>1</sup>. Знову мікрометром зафіксувати положення балки, як прогин  $\Delta_1$  від сили  $P=m_1g$ , і визначити фактичний статичний прогин балки від кульки масою  $m$ , тобто  $\Delta_{cm}^{\phi} = \frac{m}{m_1}(\Delta_1 - \Delta_0)$ . Зняти вантаж  $m_1$ , натиснути на кнопку “сброс”,

відвести шток мікрометра від балки і ввімкнути тумблер “магніт”. Приставивши до магніту кульку, вимкнути тумблер “магніт” і стежити за сигнальною лампою “контакт” при падінні кульки. Якщо лампа не загоряється, то, поступово підводячи шток мікрометра до балки, повторювати цю процедуру до тих пір, поки не відбудеться легкий дотик балки до штока мікрометра. Це й буде прогин балки  $\Delta_2$  від кульки, яка падає з висоти  $h$ . Далі визначити фактичний динамічний прогин  $\Delta_{\delta}^{\phi} = \Delta_2 - \Delta_0$  і фактичний коефіцієнт динамічності  $k_{\delta}^{\phi} = \Delta_{\delta}^{\phi} / \Delta_{cm}^{\phi}$ . Обчислити за формулами (6.2) і (6.3) теоретичні коефіцієнти динамічності і порівняти їх з експериментальними даними.

[1, С. 108–112; 2, С. 220–227; 3, С. 75 – 78].

---

<sup>1</sup> Приведення пристрою в вихідне положення, (рос.)

## 7 ВИЗНАЧЕННЯ УДАРНОЇ В'ЯЗКОСТІ СТАЛІ

**Мета роботи:** ознайомитись з методикою визначення ударної в'язкості.

### Короткі теоретичні відомості

Випробування на ударну в'язкість відноситься до динамічних видів випробувань, які застосовують для того, щоб дати оцінку здатності металевих матеріалів витримувати ударні навантаження і виявити їх прихильність до крихкого руйнування.

Ударна в'язкість – це складна комплексна характеристика, яка залежить від декількох більш простих механічних властивостей.

Найбільш поширені і стандартизовані ударні випробування – на згинання зразка з надрізом, в результаті яких визначають ударну в'язкість руйнування – здатність чинити опір поширенню тріщин. Ці випробування особливо важливі для високоміцних сплавів, які можуть мати задовільні характеристики пластичності при звичайних випробуваннях, але руйнуватися як крихкі матеріали в реальних конструкціях при наявності концентраторів. Швидкість деформування і деформації при динамічних випробуваннях на декілька порядків більша, ніж при статичних. Наприклад, швидкість деформування при динамічному згинанні досягає  $4 \dots 7$  м/с, а швидкість деформації – біля  $10^{-2} \text{ с}^{-1}$ , в той час як при статичних випробуваннях ці величини складають  $10^{-5} \dots 10^{-2} \text{ м/с}$  і  $10^{-4} \dots 10^{-3} \text{ с}^{-1}$  відповідно.

Випробування на ударну в'язкість при нормальних температурах регламентовані ГОСТ 9454-78. Випробовують зразки з надрізами на маятникових копрах. Зразок кладуть горизонтально в спеціальний шаблон, який забезпечує установку надрізу точно посередині прольоту між опорами (рис. 7.1).

Удар наносять з боку, протилежного надрізу, в площині, перпендикулярній до поздовжньої осі зразка. Ударна в'язкість визначається як відношення роботи, затраченої на руйнування зразка при ударі, до площі поперечного перерізу в зоні надрізу до випробування, тобто

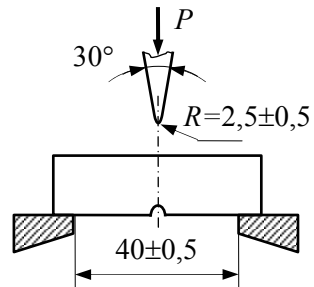


Рисунок 7.1 – Схема установки зразка на опори копра

$$KC = \frac{K}{F}, \quad (7.1)$$

де  $K$  – робота удару, Дж;

$F$  – площа поперечного перерізу зразка в зоні надрізу до випробування, м<sup>2</sup>.

Робота руйнування зразка наближено визначається різницею потенціальних енергій маятника до і після випробування

$$K = P(H - h), \quad (7.2)$$

де  $P$  – вага маятника;

$H, h$  – відповідно висота підйому і злету маятника.

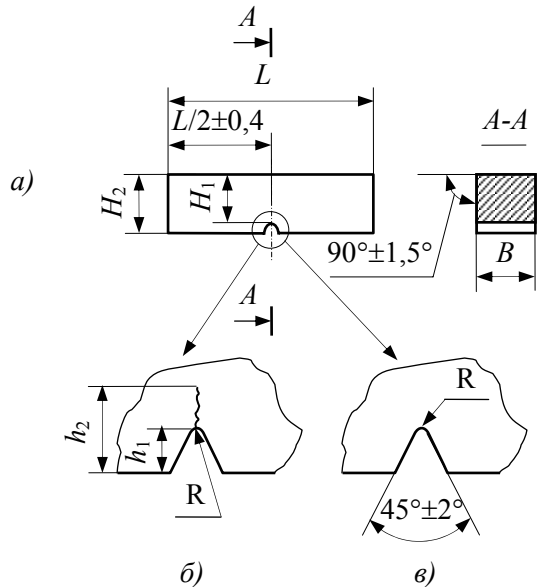
Якщо шкала копра розмічена в одиницях роботи, тоді повна робота руйнування визначається так

$$K = A_1 - A_2, \quad (7.3)$$

де  $A_1, A_2$  – відліки на шкалі копра до і після випробування.

### Зразки, вимірні прилади і лабораторні установки

Зразки мають форму квадратного бруска з надрізами посередині. Надрізи (концентратори) можуть бути трьох видів: *U*-образної, *V*-образної і *T*-образної форми (рис. 7.2). Відповідно формі концентратора ударна в'язкість позначається трьома літерами КСУ, КСВ, КСТ. Призначення концентратора – зосередити деформацію, акумульовану енергію удару, в порівняно невеликому об'ємі металу. Крім цього, біля поверхні концентратора виникає концентрація напружень і об'ємний напружений стан, який стримує пласт-



Концентратори:

*a* – *U*-образний; *б* – *T*-образний; *в* – *V*-образний

Рисунок 7.2 – Типи зразків на ударну в'язкість



тичну деформацію і полегшує руйнування. В даній роботі застосовують зразок з концентратором  $U$ -образної форми.

Маятниковий копер (рис. 7.3) має граничну енергію 300 Дж і складається з корпусу 1, до якого закріплені дві стійки 2, маятника 3, який вільно качається між стійками, рами 5 для підйому і закріплення маятника заскочкою 4, гальма 9 з педаллю 10, шкали 7, градуйованої в кГ·м, з двома стрілками 6 і 8 для фіксування відліків  $A_1$  та  $A_2$  до і після удару. Відстань між опорними поверхнями спеціального шаблону, куди поміщається зразок, регулюється і в разі зразка з надрізом  $U$ -образної форми має бути 40 мм (рис. 7.1).

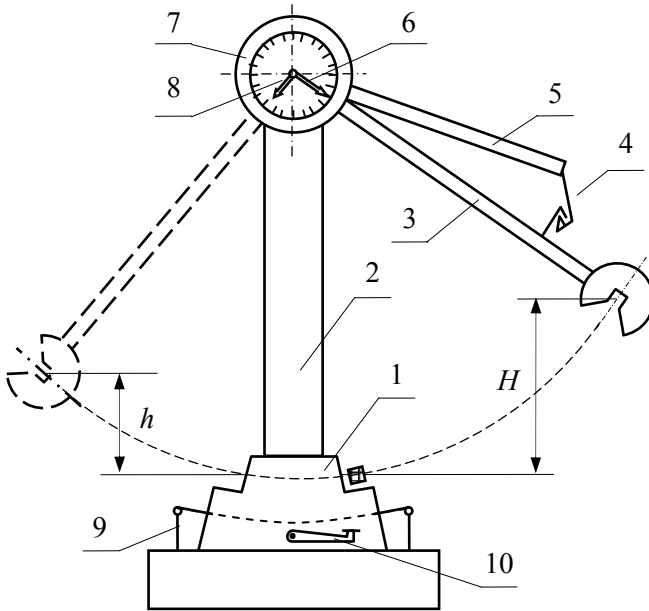


Рисунок 7.3 – Схема маятникового копра

### Порядок проведення дослідів

Перед дослідом ознайомитись з принциповою схемою копра і правилами техніки безпеки. Встановити раму 5 в робоче положення, відпустивши при цьому гальмо 9 натиском на педаль 10. Підняти і закріпити на рамі маятник 3 за допомогою заскочки 4. Для фіксування по-

ложення злету маятника після руйнування зразка виставити стрілку 8 на "0", а за допомогою стрілки 6 визначити енергію маятника  $A_1$  до удару. Встановити зразок в шаблон, звернувши увагу на те, щоб концентратор був зорієнтований в бік, протилежний руху маятника. Відпустити заскочку 4 і, після руйнування зразка, зняти показання стрілки 8  $A_2$ , яке відповідає положенню маятника після удару. За формулою (7.3) визначити роботу руйнування зразка і ударну в'язкість

$$KCU = \frac{K}{F}, \text{ Дж/м}^2.$$

[2, С. 117–121; 3, С. 79 – 84].

## 8 ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ДИНАМІЧНОСТІ ПРИ ВИМУШЕНИХ КОЛИВАННЯХ

**Мета роботи:** вивчити явище резонансу при вимушених коливаннях пружної системи з одним ступенем вільності та визначити коефіцієнт динамічності і порівняти з експериментальними даними.

### Короткі теоретичні відомості

Вимушеними називають коливання пружної системи, які відбуваються при дії на систему заданих зовнішніх збуджувальних сил, що періодично змінюються і діють незалежно від коливань у системі.

Розглянемо пружну систему (рис. 8.1) із зосередженим в точці вантажем вагою  $Q$ . На систему діє збуджувальна сила, яка змінюється за синусоїдальним законом

$$P(t) = H \cdot \sin \omega t,$$

де  $H$  – амплітуда (найбільше значення) збуджувальної сили;

$\omega$  – частота вимушених коливань;

$t$  – час руху.

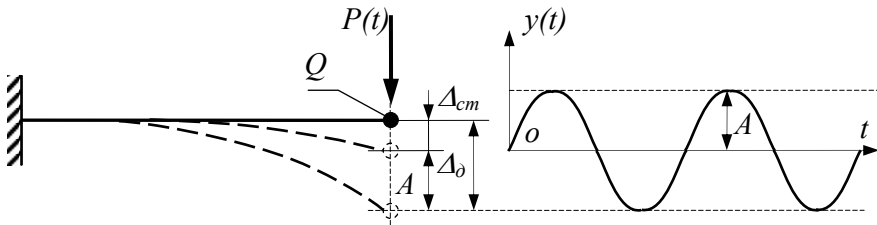


Рисунок 8.1 – Схема переміщень пружної системи при коливаннях

Коливання такої системи можна визначити одним параметром, тобто переміщенням вантажу у вертикальному напрямку, яке буде змінюватись в часі за відповідним законом  $y(t) = f(t)$ . Максимальне переміщення вантажу (відхилення або прогин балки) можна визначити так

$$\Delta_{\theta} = \Delta_{cm} + A = \Delta_{cm} \left( 1 + \frac{A}{\Delta_{cm}} \right), \quad (8.1)$$

де  $\Delta_{cm}$  – статичний прогин балки від ваги  $Q$ , Н;  
 $A$  – амплітуда вимушених коливань.

Вираз, що в дужках формули (8.1), позначимо через  $k_d$  і будемо називати його коефіцієнтом динамічності при коливаннях, тобто

$$k_d = 1 + \frac{A}{\Delta_{cm}}. \quad (8.2)$$

Для визначення амплітуди вимушених коливань запишемо диференціальне рівняння руху вантажу вагою  $Q$  з урахуванням розсіювання енергії. При цьому вважаємо, що сила опору (тертя) середовища пропорційна швидкості руху (гіпотеза Фойгта)

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2n \frac{dy(t)}{dt} + \omega_0 y(t) = \frac{H}{m} \sin \omega t, \quad (8.3)$$

де  $2n = \frac{k}{m}$  – коефіцієнт опору середовища;

$k$  – коефіцієнт пропорційності;

$m$  – маса вантажу;

$\omega_0$  – частота власних коливань;

$y(t)$  – переміщення центра маси системи.

Загальний розв'язок рівняння (8.3) має вигляд

$$y(t) = y_0(t) + y^*(t), \quad (8.4)$$

де  $y_0(t) = \exp^{-nt} (C_1 \cos \omega_1 t + C_2 \sin \omega_1 t)$  – розв'язок однорідного диференціального рівняння<sup>2</sup>;

$\exp^{-nt}$  – декремент затухання;

$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - n^2}$  – частота вільних затухаючих коливань;

$C_1, C_2$  – коефіцієнти, які визначаються за початковими умовами;

$y^*(t)$  – частинний розв'язок неоднорідного рівняння (8.3).

---

<sup>2</sup> Рівняння вільних затухаючих коливань.

Частинний розв'язок будемо відшукувати в наступному вигляді

$$y^*(t) = A \cdot \sin \omega t, \quad (8.5)$$

де  $A$  – амплітуда вимушених коливань.

Підставимо значення (8.5) і його першу та другу похідну в рівняння (8.3), а потім, перетворюючи коефіцієнти при  $\cos \omega t$  і  $\sin \omega t$  правої та лівої частини, будемо мати

$$A = \Delta_n \beta, \quad (8.6)$$

де  $\Delta_n$  – переміщення (прогин) балки від дії статичної сили, яка чисельно дорівнює збуджувальній силі  $H$ ;

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{4n^2 \cdot \omega^2}{\omega_0^2 \cdot \omega_0^2}}} \text{ – коефіцієнт зростання коливань.}$$

Враховуючи рівняння (8.6), а також, що в межах пружних деформацій залежність між переміщеннями і зусиллями прямо пропорційна, коефіцієнт динамічності визначають за наступними формулами

$$k_d = 1 + \frac{\Delta_n}{\Delta_{cm}} \beta, \quad (8.7)$$

або

$$k_d = 1 + \frac{H}{Q} \beta \quad (8.8)$$

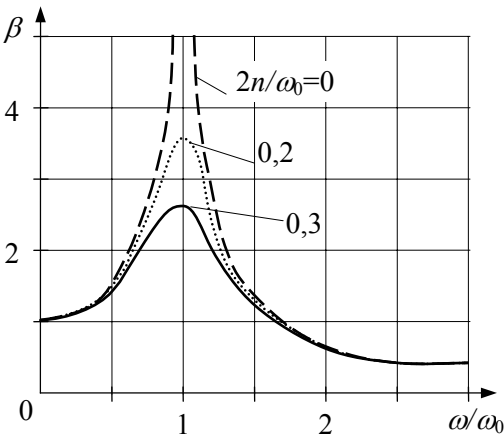


Рисунок 8.2 – Графік залежності  $\beta$  від  $2n/\omega_0$  та  $\omega/\omega_0$

На рис. 8.2 зображений графік зміни коефіцієнта  $\beta$  в залежності від відношення частот  $2n/\omega_0$  і  $\omega/\omega_0$ , на якому видно, що

при відношенні  $\omega/\omega_0=1$  коефіцієнт  $\beta$  значно зростає, а при  $2n/\omega_0=0$  (відсутність сил опору середовища) він сягає до нескінченності. Це явище називається резонансом, який виникає при збіжності частот вимушених і власних коливань ( $\omega=\omega_0$ ).

### Зразки, вимірні прилади і лабораторні установки

Дослідження проводиться на лабораторній установці (рис. 8.3), яка має зразок 5, виготовлений із Сталі 65Г, у вигляді сталеві штаби (лінійки) прямокутного поперечного перерізу. Зразок шарнірно опирається на дві стійки 3 і 11, які закріплюються до корпусу 1 з регульованими підставками 2. Статична визначеність реалізується за рахунок шарнірно-рухомої опори 10. На зразок посередині прольоту кріпиться електродвигун постійного струму 7 (масою  $m_1$ ) з вантажем 9 (масою  $m_2$ ), який знаходиться на коромислі 8, закріпленому на осі електродвигуна. Пульти керування виконаний у вигляді окремого блоку 4 і змонтований на корпусі установки.

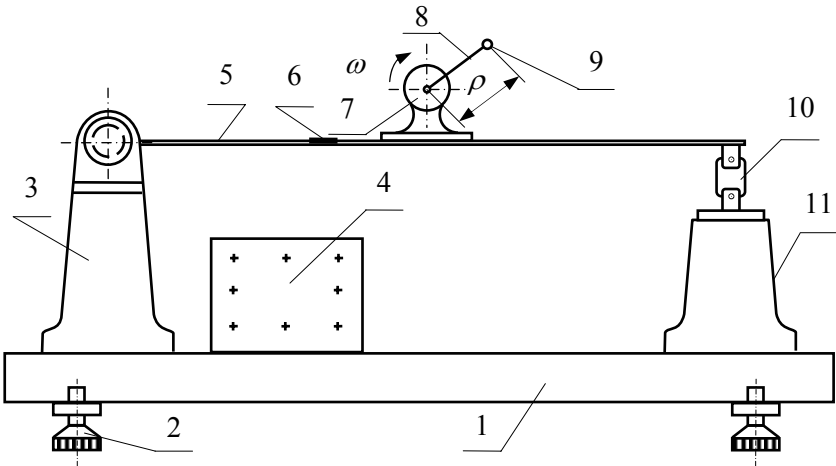


Рисунок 8.3 – Схема установки

Модуль пружності зразка –  $E=2 \cdot 10^5$  МПа.

Число обертів електродвигуна регулюють величиною напруги джерела постійного струму.

Частоту власних коливань і число обертів при резонансі визначають за допомогою секундоміра або осцилографа, на який через підсилювач подається сигнал від електротензодатчика б, наклеєного на зразок.

Статичний прогин і амплітуду коливань визначають за допомогою масштабної лінійки і осцилографа.

### Порядок проведення досліду

Перед дослідом необхідно виміряти довжину і поперечні розміри зразка, а також вагу електродвигуна і коромисла з вантажем.

Обчислити частоту власних коливань

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\Delta_{cm} \left( 1 + \eta \frac{Q_0}{Q} \right)}}$$

де  $g=9,81 \text{ м/с}^2$ ;

$Q_0 = \gamma F \cdot l$  – вага зразка;

$\gamma=78 \text{ кН/м}^3$  – питома вага матеріалу зразка;

$F$  – площа поперечного перерізу зразка;

$l$  – довжина зразка;

$\eta$  – коефіцієнт зведення маси (ваги) зразка до точки установки електродвигуна, який при поперечних коливаннях дорівнює 17/35;

$Q$  – вага електродвигуна разом з вантажем на коромислі;

$\Delta_{cm} = \frac{Ql^3}{48EI_x}$  – статичний прогин, при умові, що електродвигун

встановлений посередині прольоту.

Обчислити відцентрову збуджувальну силу

$$H = m_2 \cdot \omega^2 \rho,$$

де  $\omega = \frac{\pi n}{30}$ ;

$n$  – число обертів електродвигуна;

$\rho$  – радіус, на якому знаходиться центр ваги вантажу 9.

Обчислити коефіцієнт зростання коливань при резонансі  $\beta = \frac{\omega_0}{2n}$ .

Визначити коефіцієнт динамічності за формулою (8.8).

В процесі проведення експерименту заміряти статичний прогин  $\Delta_{ст}$  та амплітуду  $A$  вимушених коливань і за формулою (8.2) обчислити коефіцієнт динамічності. За допомогою секундоміра визначити частоту власних коливань  $\omega_0$ .

По закінченню роботи порівняти теоретичні і експериментальні дані.

[1, С. 114 – 122; 3, С. 85 – 90].



## 9 ВИПРОБУВАННЯ МЕТАЛІВ НА ВТОМЛЮВАНІСТЬ ПРИ ЗНАКОЗМІННИХ НАПРУЖЕННЯХ

**Мета роботи:** ознайомитись з методами визначення границі витривалості (втомлюваності) для металевих матеріалів.

### Короткі теоретичні відомості

Процес поступового накопичення пошкоджень та виникнення і розвитку тріщин, що призводить до руйнування при знакозмінних напруженнях називається втомлюваністю, а здатність матеріалів чинити опір такому явищу – витривалістю. Поверхню тріщини після руйнування деталі можна поділити на дві характерні зони: гладеньку притерту – зону поступового розповсюдження тріщини, і крупнозернисту – зону зламу.

Напруження можуть змінюватись в часі періодично і не періодично. У подальшому розглядатимуться тільки ті напруження, які періодично змінюються від деякого максимального значення до мінімального. Такі напруження найчастіше зустрічаються в машинобудуванні.

Зміну напружень в часі можна зобразити графіком, по осі абсцис якого відкладати час  $t$ , а по осі ординат – значення нормальних (або дотичних) напружень. При рівномірному обертанні вала ( $\omega = \text{const}$ ), який знаходиться під дією поперечного згинання сталою силою  $P$  (рис. 9.1), нормальне напруження в точці  $A$  (на поверхні заданого перерізу вала) визначається формулою

$$\sigma_A = \frac{M_x}{I_x} \cdot y = \frac{M_x}{I_x} \cdot r \cos \omega t, \quad (9.1)$$

де  $y$  – відстань від нейтральної осі до точки  $A$ :

$$y = r \cdot \cos \varphi = r \cdot \cos \omega t.$$

Із формули (9.1) видно, що графік напружень в залежності від часу – це косинусоїда (рис. 9.1).

Сукупність всіх послідовних значень змінних напружень між двома однаковими точками, які повторюється в часі декілька разів, називається циклом. Час  $T$ , протягом якого здійснюється один цикл, назива-

ється періодом циклу, а кількість циклів за одну секунду –  $n=1/T$  – частотою циклу. Цикли можуть бути симетричними (найбільше і найменше напруження однакові по значенню та протилежні по знаку), несиметричними (не однакові по значенню найбільше і найменше напруження) та віднульові або пульсаційні (максимальне або мінімальне напруження дорівнює нулю).

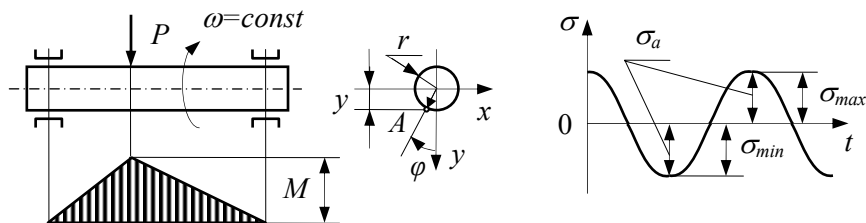


Рисунок 9.1 – Схема випробувань на втомлюваність при знакозмінних напруженнях

Цикли змінних напружень характеризуються наступними параметрами

- найбільше напруження циклу  $\sigma_{max}$ ;
- найменше напруження циклу  $\sigma_{min}$ ;
- середнє напруження циклу  $\sigma_m = 0,5(\sigma_{max} + \sigma_{min})$ ;
- амплітуда (змінне напруження) циклу  $\sigma_a = 0,5(\sigma_{max} - \sigma_{min})$ ;
- коефіцієнт асиметрії циклу  $r_\sigma = \sigma_{min} / \sigma_{max}$ .

Цикли, які мають однакові коефіцієнти асиметрії, називаються подібними. Закон зміни напружень в часі, як показують досліді, на міцність матеріалу суттєво не впливає. В основному втомлюваність залежить від величини і знаку максимального і мінімального напружень циклу.

Дослідним шляхом встановлено, що для більшості чорних металів є таке максимальне напруження, при якому матеріал не руйнується при довільному числі циклів навантаження. Це напруження називається *границею витривалості* і позначається  $\sigma_r$ , де індекс  $r$  – коефіцієнт асиметрії циклу.

Для симетричного циклу *границя витривалості* позначається як  $\sigma_{-1}$ . Щоб визначити границю витривалості, випробують серію зразків з майже однаковим допуском на виготовлення і якість обробки, розділену на партії по 6...12 шт. в кожній.

Першу партію зразків випробують при максимальному напруженні циклу, яке складає певну долю границі міцності  $\sigma_{мц}$ . Для сталей приймають  $\sigma_{max} \cong 0,6 \sigma_{мц}$ , для кольорових металів і легких сплавів –  $\sigma_{max} \cong 0,4 \sigma_{мц}$ . Після руйнування кожного зразка обов'язково зафіксувати кількість циклів, на підставі чого визначають середньоарифметичну кількість циклів для першої партії –  $N_1$ .

Для кожної наступної партії максимальне напруження зменшують на 20...40 МПа, при цьому, середньоарифметична кількість циклів  $N_2, N_3 \dots N_n$  до моменту руйнування зразків буде збільшуватись. Нарешті знайдеться таке напруження, при якому декілька зразків із партії не руйнуються або витримують задане число циклів  $N_6$ , яке називається базовим. Згідно ГОСТ 25502–79, для конструкційних сталей –  $N_6 = 10^7$  циклів, а для кольорових металів –  $N_6 = 10^8$  циклів.

За одержаними експериментальними даними будують криву втомлюваності (рис. 9.2, а) у вигляді залежності максимального напруження  $\sigma_{max}$  від кількості циклів  $N_i$ , при яких відбулося руйнування чергової партії зразків.

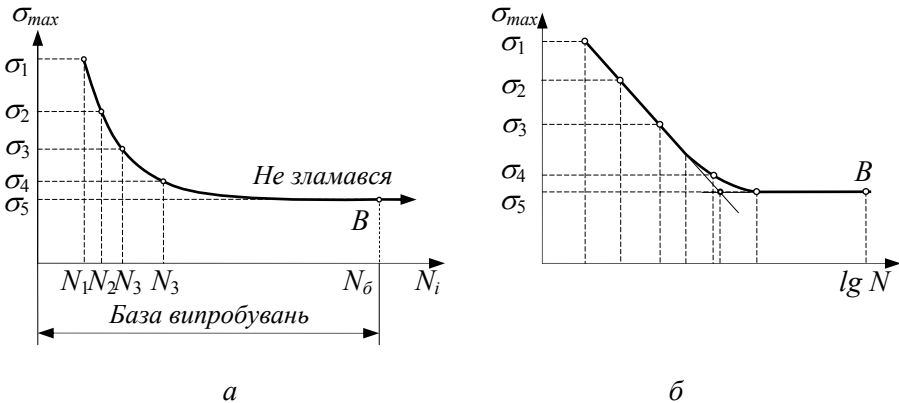


Рисунок 9.2 – Діаграми втомлюваності

Існують й інші способи побудови кривої втомлюваності (кривої Велера). Останнім часом часто цю залежність будують в напівлогарифмічних координатах, де на осі абсцис відкладають  $\lg N$ , а на осі орди-

нат, як і раніше, величину  $\sigma_{max}$  в лінійному масштабі (рис. 9.2. б). При цьому, крива складається із двох майже прямих ліній, точка перетину яких визначає границю втомлюваності. Для чорних металів після перелому лінія залишається горизонтальною, а для кольорових вона має невеликий нахил до осі абсцис, що приводить до умовної границі витривалості.

Зниження границі витривалості за рахунок тих чи інших концентраторів напружень (виточок, отворів, шпонкових канавок, шліцьових з'єднань і т.і.) враховується ефективним або дійсним коефіцієнтом концентрації напружень, який позначається для нормальних –  $k_\sigma$  і для дотичних напружень –  $k_\tau$

$$k_\sigma = \sigma_{-1} / \sigma_{-1k}; \quad k_\tau = \tau_{-1} / \tau_{-1k}, \quad (9.2)$$

де  $\sigma_{-1}$ ,  $\tau_{-1}$  і  $\sigma_{-1k}$ ,  $\tau_{-1k}$  – границі витривалості зразка без концентратора і з концентратором напружень.

Ефективні концентратори напружень встановлюють дослідним шляхом, але в деяких випадках, коли немає експериментальних даних, їх визначають за відомими теоретичними коефіцієнтами концентрації  $\alpha_\sigma$  і  $\alpha_\tau$

$$k_\sigma = 1 + q_\sigma(\alpha_\sigma - 1); \quad k_\tau = 1 + q_\tau(\alpha_\tau - 1), \quad (9.3)$$

де  $q_\sigma$ ,  $q_\tau$  – коефіцієнти чутливості матеріалу до концентрації напружень.

Величина  $q$  зростає з підвищенням міцності матеріалу, але не може бути більше одиниці. Для деталей із сірого чавуну  $q \approx 0$ , тобто можна вважати, що чавун до зовнішніх концентраторів напружень майже не чутливий. Зниження концентрації напружень, яке підвищує економічність конструкції, досягають різними конструктивними заходами (наприклад, збільшенням радіусів галтелей в місцях ступінчастої зміни розмірів поперечного перерізу, притупленням гострих кромки, використанням деконцентраторів), а також термохімічною обробкою (наприклад, азотуванням зон концентрації напружень).

## Зразки, вимірні прилади і випробувальні машини

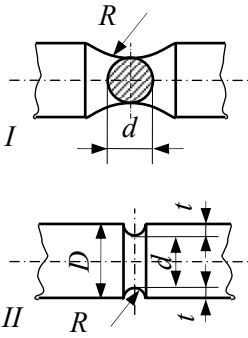


Рисунок 9.3 – Форми робочої частини зразків для випробувань на втомлюваність

Зразки для випробувань на втомлюваність (рис. 9.3) виготовляють за 7-м класом точності. Поверхня робочої частини гладеньких (I) і надрізаних (II) зразків повинна відповідати шорсткості  $R_a=0,63$  мкм (не нижче дев'ятого класу за ГОСТ 2789-73).

Випробування на витривалість проводять при простих напружених станах, які можна здійснити повторно, – змінним розтяганням (стисканням), згинанням або крученням, а інколи – при складному напруженому стані, який здійснюється згинанням і крученням або розтяганням в двох напрямках.

Найчастіше для випробувань на витривалість використовують машини МВП-10000 і УКИ-10М, на яких зразки випробують на згинання з одночасним обертанням з заданою швидкістю.

На машині УКИ-10М проводять випробування при консольному згинанні (поперечне згинання, рис. 9.4, а), а на машині МВП-10000 – при двохопорному симетричному згинанні (чисте згинання, рис. 9.4, б).

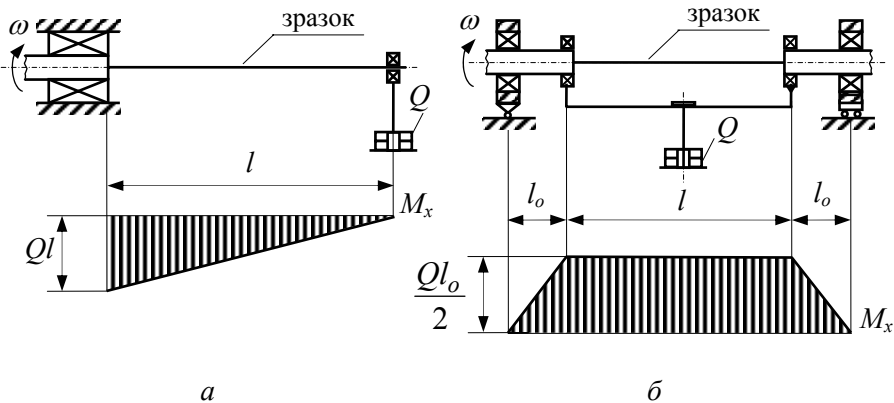


Рисунок 9.4 – Схеми навантаження зразка при випробуванні на втомлюваність

Практично консольну схему реалізувати простіше, тому її застосовують частіше. Але при цьому необхідно зважувати на те, що схема чистого згинання в багатьох випадках дає більш надійні результати, оскільки тут максимальний згинальний момент виникає на всій робочій частині зразка, а не в одному перерізі, як при консольній схемі. Всі випробувальні машини повинні обов'язково облаштуватися лічильниками циклів, які автоматично вимикаються при руйнуванні зразка.

Змінні напруження при розтяганні (стисканні) або крученні можна здійснити за допомогою інерційних сил або кривошипно-шатунних механізмів в залежності від конструкції випробувальної машини.

В нашому університеті виготовлена і працює випробувальна машина РС-1, яка діє за принципом інерційних сил і знаходиться в лабораторії динамічних випробувань ім. П.А. Михайлова.

Для змінних навантажень значної величини використовують пульсатори гідравлічної, механічної або пневматичної дії, які змонтовані зі звичайними випробувальними машинами.

### Порядок проведення досліду

Перед дослідом необхідно виміряти діаметр зразка і обчислювати зусилля, необхідне для навантаження, яке відповідає напруженню згинання  $\sigma_{max, min} = 0,6\sigma_{мц}$ , тобто

$$\sigma_{max} = \sigma_{min} = M_{зг}/W = 32Pl/\pi d^3 = 0,6\sigma_{мц},$$

$$\text{звідки } P = 0,6\pi\sigma_{мц}d^3/32l.$$

Вставити гладенький зразок в захвати машини і ввімкнути електродвигун, поступово навантажуючи зразок необхідним зусиллям. При руйнуванні зразка в процесі випробування привід автоматично вимикається, а на пульті керування машини загорасться сигнальна лампочка і на лічильнику фіксується кількість циклів. Наступні партії зразків випробовують в такій же послідовності. За одержаними результатами будують криву втомлюваності.

Тривалість випробувань на втомлюваність не дає можливості виконати лабораторну роботу в повному об'ємі, тому вона носить лише демонстраційний характер.

[1, С. 36 – 45; 2, с.124 – 132; 3, С. 91 – 100].

## ЛІТЕРАТУРА

1. Афанасьев В.А., Марьин В.А. Лабораторный практикум по сопротивлению материалов. – М.: Наука, 1975. – 287 с.
2. Сопротивление материалов. Лабораторные работы / И.А. Цурпал, Н.П. Барабан, В.М. Швайко. – К.: Вищ. шк., 1988. – 247 с.
3. Методичні вказівки до лабораторних робіт з курсу “Опір матеріалів” / Укл.: В.В. Абрамов, І.Г. Борисенко, А.О. Будник, та інш. – Запоріжжя, ЗМІ. – 1992. – 107 с.
4. Методичні вказівки до використання програмного комплексу для самостійної роботи студентів з курсу “Опір матеріалів” для студентів всіх спеціальностей і форм навчання / Укл.: А.О.Будник, В.Г. Шевченко, С.Л. Рягін, Е.А. Бельчиков. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2003. – 7 с.
5. Методичні вказівки до використання лабораторних робіт з курсу “Опір матеріалів” III семестр / Укл.: В.Г. Шевченко, А.О. Будник, І.Г. Борисенко, В.Т. Кудін, С.Л. Рягін. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2005. – с.