

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Запорізький національний технічний університет

ТЕКСТИ (конспект) лекцій з дисципліни

Прикладна механіка (Частина І).

для студентів заочної форми навчання спеціальностей

8.092206 “Електричні машини і апарати”,

8.090403 “Ливарне виробництво чорних і кольорових металів”,

8.090603 “Електротехнічні системи електроспоживання”,

8.092203 “Електромеханічні системи автоматизації та електропривод”

Тексти (конспект) лекцій з дисципліни “Прикладна механіка” (Частина І) для студентів заочної форми навчання спеціальностей 8.092206 “Електричні машини і апарати”, 8.090403 “Ливарне виробництво чорних і кольорових металів”, 8.090603 “Електротехнічні системи електроспоживання”, 8.092203 “Електромеханічні системи автоматизації та електропривод” /Укл.: Б.О. Трескунов, В.Г. Шевченко. – Запоріжжя: ЗНТУ. 2002. – 61 с.

Укладачі: Б.О. Трескунов, доцент, к.т.н
В.Г. Шевченко, доцент, к.т.н

Рецензент: С.М. Борисова, ст. викладач

Експерти: В.Г. Савельєв, доцент, к.т.н.
В.М. Снігирьов, доцент, к.т.н.
Б.С. Сперанський, професор, д.т.н.
В.В. Попов, доцент, к.т.н.
І.Д. Труфанов, доцент, к.т.н.

Відповідальний
за випуск: В.Г. Шевченко зав. каф.

Затверджено
на засіданні кафедри “Механіка”
Протокол № 4 від “04” квітня 2002 р.

Рекомендовано до видання НМО спеціальності як текст (конспект) лекцій з дисципліни “Прикладна механіка” (Частина І). Теорія машин та механізмів” для студентів заочної форми навчання спеціальностей 8.092206 “Електричні машини і апарати”, 8.090403 “Ливарне виробництво чорних і кольорових металів”, 8.090603 “Електротехнічні системи електроспоживання”, 8.092203 “Електромеханічні системи автоматизації та електропривод”.

Протокол № 1 від “17” травня 2002 р.

ЗМІСТ

Лекція 1 – ВСТУП. Основні задачі курсу	4
Лекція 2 – Принцип утворення механізмів	10
Лекція 3 – Структурна класифікація плоских механізмів	14
Лекції 4 і 5 – Кінематичне дослідження механізмів	18
Лекції 6, 7 і 8 – Динаміка механізмів і машин	34
Список літератури	61

ЛЕКЦІЯ 1

ВСТУП. Означення і основні задачі курсу

Технічну політику на сучасному підприємстві визначають три фахівці: технолог, механік і електрик. Провідна роль належить технологам, так як раціонально спроектований і керований технологічний процес забезпечує і необхідну продуктивність, і якість продукції, і знищення її собівартості.

Кожен із спеціалістів повинен в достатній мірі розумітися не тільки в питаннях своєї вузької спеціальності, а і у суміжних областях, знати не тільки технологію виробництва, а й ті засоби, які забезпечують технологічний процес.

Серед цих засобів головна роль належить машинам. На теперішній час немає такої галузі господарства, в якій не використовувалися б машини. Тому, інженер-електрик, інженер-металург і інженер-технолог повинні уявляти собі не тільки загальні принципи побудови механізмів, а й принципи їх проектування, знати матеріали деталей, з яких будують ці механізми і умови, в яких ці деталі достатньо міцні і надійні.

Весь комплекс названих питань, в тій мірі, в якій вони необхідні інженерам немеханічних спеціальностей, буде розглянуто в курсі прикладної механіки.

1 СТРУКТУРА МЕХАНІЗМІВ

1.1 Основні поняття та означення ТММ

Кожний механізм або машина складається з окремих деталей. Деталлю називають ту частину механізму або машини, яка виготовлена без складальних операцій. У стаціонарних машинах одні деталі нерухомі, інші рухаються відносно перших. Досліджуючи механізми, зручно замість конструктивного зображення використовувати їх кінематичні схеми. Під кінематичною схемою розуміють умовне зображення механізму в масштабі.

У ТММ замість терміна “тіло”, який використовується у теоретичній механіці, прийнять термін “ланка”. Ланки, так само як і деталі, бувають нерухомі. Кожна рухома деталь або група деталей, яка утворює одну рухоми систему тіл, має назву рухомої ланки механізму або машини.

Усі нерухомі деталі утворюють одну систему тіл, яка називається нерухомою ланкою, або стояком.

Таким чином, у будь-якому механізмі або машині маємо одну або кілька рухомих ланок.

Механізмом називають систему тіл, що призначена для перетворення руху одного або кількох тіл, що призначена для перетворення руху одного або кількох тіл у потрібні рухи інших тіл. В основі кожного механізму лежить кінематичний ланцюг з однією нерухомою ланкою, призначений виконувати цілком визначені доцільні рухи, які необхідні для використання конкретних виробничих або інших задач.

Із рухомих ланок механізму виділяють вхідні та вихідні ланки. Решту рухомих ланок механізму називають з'єднуючими, або прогінними. Рухомі ланки ще ділять на ведучі та ведені. Ведучою називають таку ланку, для якої елементарна робота зовнішніх сил, що прикладені до неї, додатна. Веденою називають ланку, для якої елементарна робота зовнішніх сил, що прикладені до неї, від'ємна.

Машина є пристрій, який виконує механічний рух для перетворення енергії, матеріалів та інформації з метою заміни або полегшення фізичної чи розумової праці людини.

Машина, в якій перетворення енергії, матеріалів та інформації відбувається без втручання людини, називається машиною-автоматом.

В останні роки широкого розповсюдження набули кібернетичні машини, які здатні замінити деякі функції людини (розпізнавати букви, відображати людську мову, виконувати відповідні рухи за усною командою людини та інше).

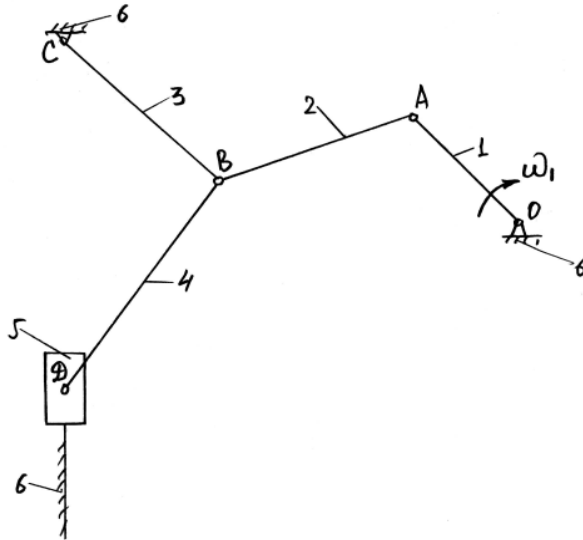
Машини, особливо машини-автомати та автоматичні лінії, за вмілого їх використання полегшують працю людини, сприяють підвищенню продуктивності праці, забезпечують високу якість робочого процесу.

1.2 Кінематична пара та її класифікація

У механізмах або машинах ланки з'єднуються одна з одною так, що завжди забезпечується можливість їхнього відносного руху. Рухоме з'єднання двох ланок, які стикаються, називається кінематичною парою.

Відносний рух ланок визначається формою елементів ланок, якими вони стикаються. Сукупність поверхонь, ліній або точок, які належать ланкам і які стикаються при відносному русі ланок, називають елементами кінематичних пар.

Кінематичну пару можуть утворювати не тільки рухомі ланки, а й ланки, одна з яких нерухома і в механізмі є стійкою. У будь-якому механізмі ведучою ланкою називається ланка до якої прикладені рушійна сила або момент. Тому закон руху цієї ланки – відомий. І інші рухомі ланки називаються веденими.

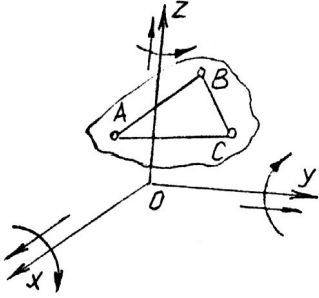


Розглянемо схему механізму преса (Рис. 1.1). Ланки 1, 2, 3, 4 і 5 – рухомі. Ланка 1 – ведуча, а інші ланки 2, 3, 4, 5 – ведені. Ланка 6 – нерухома, тобто стійка. Як правило ведучою ланкою є вхідна ланка.

Рисунок 1.1 - Схема механізму преса

Ці ланки утворюють кінематичні пари: O(6-1), A(1-2), B(2-3, 2-4), C(6-3) і D(4-5, 5-6).

Як відомо з теоретичної механіки, вільне абсолютне тверде тіло ABC (Рис. 1.2), що рухається у просторі, має шість ступенів вільності H. Рух такого тіла можна розглядати як обертання навколо осей X, Y,



Z та ковзання вздовж цих самих осей (три обертальні та три поступальні рухи). Входження ланок у кінематичну пару накладає на їх від-

Рисунок 1.2 - Ступені вільності вільного тіла у просторі

носний рух певні умови зв'язку (в'язі). Число таких умов зв'язку S змінюється у межах від 1 до 5 і визначається за формулою

$$S = 6 - H \quad (1.1)$$

де H – число ступенів вільності, які має ланка, що входить у кінематичну пару.

Треба відмітити, що при $S=0$, ланки не стикаються і, отже кінематична пара припиняє своє існування, а при $S=6$ – ланки втрачають відносну рухомість і кінематична пара переходить у тверде з'єднання двох ланок.

Таким чином кількість ступенів рухомості ланки кінематичної пари у відносному русі може бути визначено:



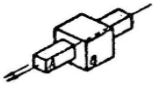



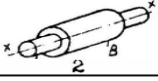





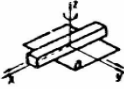

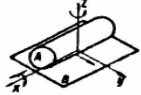



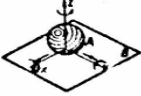

$$H = 6 - S \quad (1.2)$$

де S – кількість в'язів.

Кінематичні пари можуть бути поділені на класи у залежності від кількості умов в'язів, які накладаються на відносний рух ланок. Так як кількість умов в'язів змінюється від 1 до 5, то кількість класів кінематичних пар дорівнює п'яти. Тому маємо кінематичні пари I, II,

III, IV і V класів (див. табл. 1.1) і клас яких визначається за формулою 1.1.

У таблиці 1.1 для наведених кінематичних пар стрілками вказані можливі рухи однієї ланки відносно другої, значення S і H та клас кінематичної пари. У сучасних механізмах найпоширеніші кінематичні пари V, IV, та III класів.

№ п/п	Рисунок	Умовні позначення	Назва пари	H	S	Клас пари
1	2	3	4	5	6	7
I			Обертальна	I	5	У
2			Поступальна	I	5	У
3			Гвинтова	I	5	У
4			Циліндрична	2	4	IV
I		3	4	5	6	7
5			Сферична з пальцем	2	4	IV
6			Сферична	3	3	III
7			Площинна	3	3	III
8			Циліндр - площина	4	2	II
9			Куля - циліндр	4	2	II
10			Куля - площина	5	I	I

Таблиця 1.1 Класифікація кінематичних пар

Залежно від форми елементів кінематичних пар розрізняють: нижчі кінематичні пари, у яких ланки стикаються між собою поверхнями (обертальна, поступальна, циліндрична, сферична тощо), і вищі, в яких ланки стикаються по лінії (циліндрична площина) або в точці (куля-циліндр) або в точці (куля-площина).

Нижчі кінематичні пари можуть передавати більші зусилля, ніж вищі, завдяки більшій площі контакту між ланками. Проте втрати на тертя у таких парах більші, ніж у вищих (наприклад, у підшипниках кочення).

Якщо елементи ланок, що утворюють кінематичну пару, рухаються паралельно одній нерухомій площині, то такі кінематичні пари називають плоскими. Кінематичні пари називають просторовими, якщо точки ланок, що утворюють цю пару, рухаються у різних непаралельних площинах. За цими самими ознаками поділяють і механізми: на плоскі та просторові.

До складу плоских механізмів входять кінематичні пари тільки IV і V класів. Це пояснюється тим, що вільне тверде тіло ABC у плоскому русі має тільки три ступені вільності (рис. 1.3), воно може рухатися поступально вздовж осей X і Y та обертатися у площині xOy. Якщо ж тіло (ланка) входить у кінематичну пару, то його число ступенів вільності H може бути 1 або 2 і відповідно число умов зв'язку S

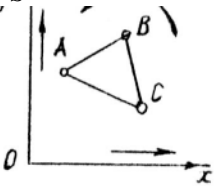


Рисунок 1.3 - Ступені вільності вільного тіла в плоскому русі

також буде тільки 1 або 2. Формули (1.1) і (1.2) для плоских кінематичних пар будуть

$$H = 3 - S, \quad S = 3 - H. \quad (1.3)$$

Для того щоб елементи кінематичних перебували у постійному контакті, пари повинні бути замкнутими. Замикання може бути геометричним (обертальна та поступальна) або силовим (циліндр-площина та куля-площина). Силове замикання найчастіше

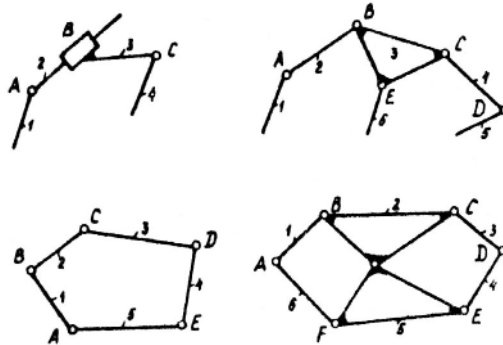
забезпечується силою пружності пружини, що створює додаткові навантаження на ланки механізмів.

ЛЕКЦІЯ 2

2 ПРИНЦИП УТВОРЕННЯ МЕХАНІЗМІВ

2.1 Кінематичні ланцюги

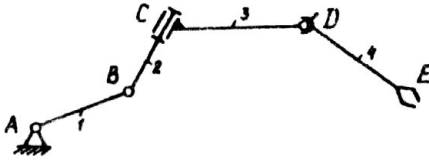
Зв'язана система ланок, що входять у кінематичні пари, утворює кінематичний ланцюг.



Кінематичні ланцюги поділяються на прості та складні. Простим кінематичним називають такий ланцюг, у якого кожна ланка входить не більше як до двох кінематичних пар (рис. 2.1, а); складним – у якому є хоч одна ланка, що входить більше ніж до двох кінематичних пар (рис. 2.1, б).

Рисунок 2.1 - До класифікації кінематичних ланцюгів

У свою чергу прості та складні кінематичні ланцюги поділяються на замкнуті і незамкнуті. У незамкнутому кінематичному ланцюгу є ланки, що входять тільки в одну кінематичну пару (рис. 2.1 а, б), у замкнутому – кожна ланка входить не менше як у дві кінематичні пари (рис. 2.1 в, г). Отже на рис. 2.1 зображено кінематичні ланцюги: а – простий незамкнутий, б – складний незамкнутий; в – простий замкнутий; г – складний замкнутий.



крім цього, кінематичні ланцюги за аналогією з кінематичними парами поділяють ще на плоскі та просторові. Незамкнуті просторові кінематичні ланцюги використовуються при проектуванні механізмів і роботів. Приклад такого механізму показано на рис. 2.2. У машинобудуванні використовуються переважно замкнуті кінематичні ланцюги.

Рисунок 2.2 - Механізм маніпулятора

Кожний механізм являє собою деякий кінематичний ланцюг з однією нерухомою ланкою. Основними властивостями механізму є число ступенів вільності його рухомих ланок відносно стояка (стійки) та визначеність (узгодженість) їх руху.

2.2 Визначення ступеню рухомості плоских механізмів

Для визначення числа ступенів вільності будь-якого кінематичного ланцюга (тобто механізму) необхідно підрахувати число ступенів вільності всіх рухомих ланок, вважаючи вільними незв'язаними кінематичними парами тіл, а потім від цього числа слід відняти число умов зв'язку, які накладаються на ланки кінематичними парами.

Нехай механізм складається з k ланок. Кожна вільна ланка, про що вже йшлося раніше, має у загальному випадку шість ступенів вільності. одна із ланок механізму є нерухомою. Тому кількість рухомих ланок механізму складає $n=k-1$. Якщо б ланки механізму не були зв'язані між собою, то загальна кількість простих рухів усіх рухомих ланок механізму складала б $H=6n$. Але ж ланки механізму не є вільними тілами, вони зв'язані між собою кінематичними парами. Кожна кінематична пара 1-5 класів зменшує загальну кількість рухів на число $P_1, 2P_2, 3P_3, 4P_4, 5P_5$, де P_i - пари відповідних класів

($i=1 \dots 5$). Віднявши ці зв'язки від $H=6n$, дістанемо число ступенів вільності, які мають ланки механізму,

$$W = 6n - 5P_5 - 4P_4 - 3P_3 - 2P_2 - P_1. \quad (2.1)$$

Рівність (2.1) носить назву структурної формули просторового кінематичного ланцюга загального вигляду і дозволяє обчислити кількість ступенів волі кінематичного ланцюга відносно ланки прийнятої за нерухому і число W називається ступеню рухомості кінематичного ланцюга.

На рис. 2.2 зображений кінематичний ланцюг, ланки якого з'єднані між собою парами V класу з паралельними осями. Такий кінематичний ланцюг є плоским, тому що всі його ланки рухаються паралельно деякій одній площині yOz , яка перпендикулярна до осей обертальних пар. Ланки механізму не можуть рухатися вздовж осі x і обертатися навколо осей y і z , тобто з шести можливих рухів три не можуть бути здійсненими. Отже, на ланки цього механізму накладено три загальні умови зв'язку і структурну формулу (2.1) у цьому випадку не можна застосувати число ступенів вільності окремо взятої ланки такого ланцюга із врахуванням загальних зв'язків дорівнює трьом, а загальне число ступенів вільності n ланок дорівнює $3n$. До складу плоских механізмів можуть входити тільки пари IV і V класів, які накладають відповідно одну або дві умови зв'язку, тому для плоского механізму структурна формула набирає вигляду

$$W = 3n - 2P_5 - P_4. \quad (2.2)$$

Рівність (2.2) називається формулою Чебишева.

Для плоского механізму, який показано на рис. 2.2, число ступенів вільності визначається:

$$W = 3n - 2P_5 - P_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 1.$$

2.3 Утворення механізмів. Група Ассура

Російський вчений Л.В. Ассур запропонував найпростіший механізм, який складається із двох ланок – стійки і рухомої ланки, що утворюють кінематичну V класу, називати початковим механізмом I класу. На рис. 2.3 зображено механізми I класу, початкові ланки яких утворюють із стояком обертальну (рис. 2.3, а) або поступальну (рис. 2.3, б) пари. Ступінь вільності ланок таких механізмів

$W = 1(n = 1, P_5 = 1)$. У початковому механізмі немає ведених ланок і тому і немає передачі і перетворення руху.

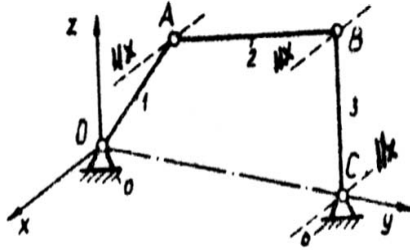


Рисунок 2.3 – Плоский шарнірний чотириланковий механізм

Будь-який механізм з веденими ланками утворюється шляхом прикріплення до ведучої ланки групи ланок з нульовою ступенню рухомості відносно тих ланок до яких група прикріпляється. Така структурна група називається групою Ассура – це кінематичний ланцюг, який прикріпляється до ведучої ланки і стояка, не змінює ступені рухомості початкового механізму I класу.

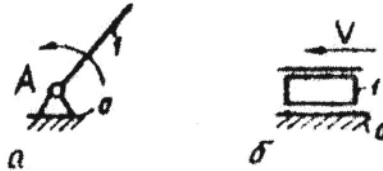


Рисунок 2.4 – Механізми I класу

В групах Ассура маємо певну залежність між кількістю ланок і кінематичних пар, яка випливає із основної умови існування групи

$$W = 3n - 2P_5 - P_4 = 0. \quad (2.3)$$

Якщо врахувати, що пари IV класу можна замінити парами V класу, то з рівняння (2.3) можна записати

$$P_5 = \frac{3}{2}n. \quad (2.4)$$

Оскільки число ланок і пар може бути цілим, то умову (2.4) задовольняють такі сполучення чисел ланок і кінематичних пар, що входять у групу:

n	2	4	6	8	...
P_5	3	6	9	12	...

Таким чином кількість ланок у групі Ассура повинна бути тільки парною і тому мінімальна кількість кінематичних пар дорівнює трьом.

Прикладом такої групи є шатун і коромисло (2-3) у шарнірному чотириланковому механізмі (див. рис. 2.2). Після прикріплення цієї групи до ведучої ланки, ступень рухомості механізму дорівнює $W = 3n - 2P_5 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1$, тому що ступень рухомості групи 2-3 $W = 3n - 2P_5 = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 0$, так як група Ассура має дві рухомі ланки і три кінематичні пари.

ЛЕКЦІЯ 3

3 СТРУКТУРНА КЛАСИФІКАЦІЯ МЕХАНІЗМІВ

При структурній класифікації механізмів користуються наступними поняттями:

- 1) клас механізму визначається найвищим класом групи Ассура, яка входить до складу механізма;
- 2) клас групи Ассура визначається найвищим класом контура;
- 3) клас контура визначається кількістю кінематичних пар до яких належать ланки, що утворюють цей контур;
- 4) контуром називають замкнуту область частини площини, яка зайнята ланкою або обмежена з усіх боків ланками.

3.1 Визначення класу механізму

Для зручності вивчення механізмів і розробки загальних методів проектування і розрахунків доцільно механізми класифікувати. Можуть бути використані різні ознаки класифікації: характер руху – плоскі і просторові; вид кінематичних пар – механізми з вищими і

нижчими парами; принцип передачі зусиль – механізми тертя і зачеплення; конструктивні ознаки – шарнірно-важильні, кулачкові, фрикційні, зубчасті, черв'ячні тощо. Розглянемо визначення класу механізмів на деяких прикладах.

1. Кривошипно-повзунний механізм. Цей механізм (див. рис. 3.1) складається з початкового механізму I класу і групи Ассура, яка складається у свою чергу із шатуна (ланка 2) і повзуна (ланка 3). Контури, які утворюють цю групу (ланки 2 і 3), кожен II класу, так як ці ланки належать до двох кінематичних пар. Отже, група Ассура також II класу і весь механізм II класу.

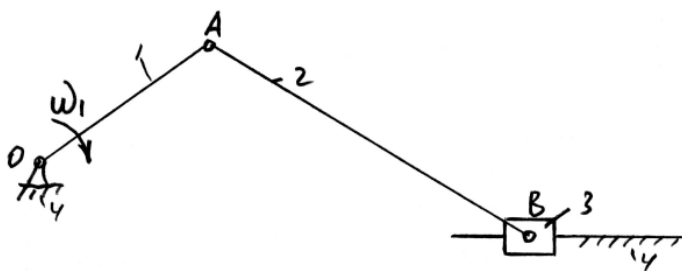


Рисунок 3.1 - Кривошипно-повзунний механізм II класу

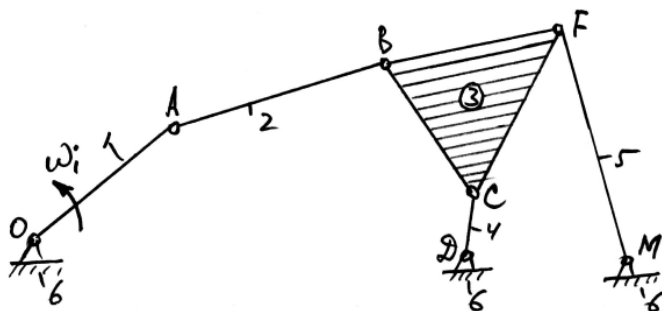


Рисунок 3.2 - Шестиланковий механізм III класу

На рис. 3.2 зображений шестиланковий механізм, який має у своєму складі жорсткий трикутник BFC. Якщо ведуча ланка OA, то група Ассура тільки одна. Вона складається із трьох стержнів (ланки 2, 4 і 5) і одного трикутника (ланка)

Трикутник BFC – контур III класу, тому і весь механізм III класу. Але якщо вибрати за ведучу ланку FM, то картина змінюється і тоді дістанемо механізм II класу, який складається із двох груп Ассура II класу (це ланки 1-2 і 3-4).

3. На рис. 3.3 зображений теж іншого класу. Тут у складі групи Ассура маємо чотиристоронній замкнутий нежорсткий контур BCDF. Ця група відноситься до IV класу, тому і весь механізм IV класу.

Можуть бути контури, а отже і групи Ассура, а також і механізми вищих класів. Але частіше зустрічаються групи і механізми II і III класів.

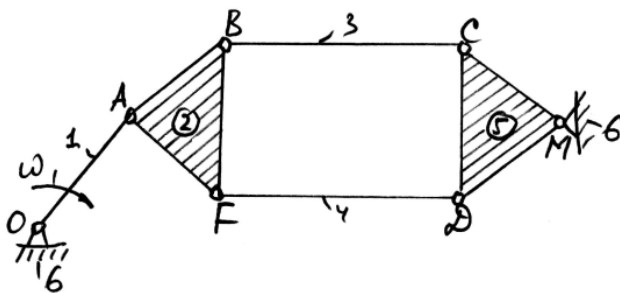


Рисунок 3.3 - Шести ланковий механізм IV класу

Крім класів механізмів і груп слід розрізняти порядок групи Ассура. Порядок групи Ассура визначається кількістю елементів, якими група прикріплюється до основного механізму. Так в звичайному кривошипно-шатунному механізмі група II порядку, тому що вона прикріплюється до кривошипу і стійки у двох точках (див. Рис. 3.1). Порядок групи може бути і вищим (див. Рис. 3.2).

3.2 Структурний аналіз плоских механізмів

У залежності від класу механізму і порядку груп Ассура використовується той чи інший метод кінематичного або динамічного дослідження.

Структурний аналіз – це визначення рухомості механізму і розклад його на групи Ассура і початковий механізм з метою

забезпечення наступного кінематичного і силового розрахунку механізмів.

При дослідженні структури механізмів необхідно:

- 1) відокремлення груп Ассура починати з ланок, які найбільш віддалені від ведучої ланки;
- 2) намагатися відокремлювати у першу чергу більш прості структурні групи Ассура так звані діади;
- 3) дивитися за тим, щоб ступень рухомості кінематичного ланцюга механізму до і після відокремлення кожної групи залишалася незмінною;
- 4) пам'ятати, що кожна кінематична пара і кожна ланка можуть належати тільки одній структурній групі або одному початковому механізму.

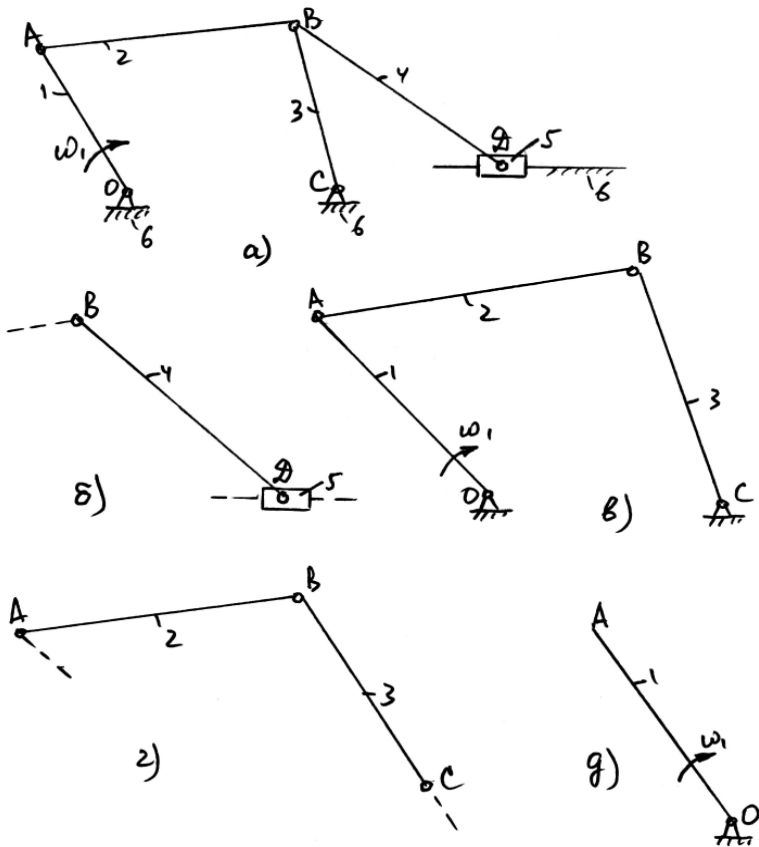


Рисунок 3.4 - Шести ланковий плоский механізм

Розглянемо дослідження структури механізму (див. рис. 3.4).

Досліджуємо шестиланковий плоский механізм (див. Рис. 3.4, а) має п'ять рухомих ланок ($n=5$) і стояк (нерухома ланка 6). Цей механізм утворює сім кінематичних пар V класу ($P_5=7$), з яких шість є обертальними і утворені ланками (6-1, 1-2, 2-3, 3-4, 6-3 і 4-5) і одна поступальна пара ланка (5-6), яка утворена повзуном 5 і стояком 6 (нерухома ланка). Ланка 1 є вхідною і ведучою, на це вказує стрілка.

Визначаємо ступень рухомості механізму

$$W = 3n - 2P_5 - P_4 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1.$$

Відокремлюємо найбільш віддалену від ведучої групу ланок (це ланки 4 і 5) див. (рис. 3.4, б) і бачимо, що ця група складається з двох ланок і утворює три кінематичні пари V класу і тому це є група Ассура. Розглядаємо частину механізму що залишилася (див. 3.4, в), вона має $n=3$ і $P_5=4$ і тому її ступень рухомості $W=3n-2P_5-P_4=3\cdot3-2\cdot4-0=1$, що вказує на правильне відокремлення ланок 4 і 5. Далі відокремлюємо ланки 2 і 3, які таж є групою Ассура, тому що вони мають три кінематичні пари (див. Рис. 3, 4, 2) і частина механізму що залишилася є початковим механізмом I класу (див. рис. 3.4, д). Слід вказати, що відокремлені групи Ассура (це ланки 4-5 і 2-3) мають другий клас, а тому і досліджений механізм також має II клас. Формула побудови цього механізма має вигляд

$$I(6,1) \leftarrow II(2,3) \leftarrow II(4,5).$$

ЛЕКЦІЇ 4 І 5

4 КІНЕМАТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ МЕХАНІЗМІВ

4.1 Задачі та методи кінематичного дослідження

При кінематичному дослідженні механізму розглядається рух його ланок без врахування сил, які діють на них, тобто розглядається рух ланок з чисто геометричної точки зору, з урахуванням тільки фактора часу.

Як відомо з теоретичної механіки, будь-який рух тіла характеризується переміщенням його у просторі, швидкістю та прискоренням руху його точок. Звідси і випливають основні задачі кінематичного дослідження механізмів:

- 1) визначення положень ланок механізму, побудова траєкторій окремих його рухомих точок і з знаходження переміщень окремих ланок;
- 2) визначення швидкостей окремих точок і ланок механізму;
- 3) визначення прискорень окремих точок і ланок механізму.

У результаті такого дослідження встановлюють відповідність кінематичних параметрів (переміщень, швидкостей і прискорень) заданим умовам роботи механізму, а також отримують вихідні дані

для виконання подальших розрахунків. Знання кінематичних параметрів потрібне для визначення динамічних сил (сил інерції, моментів сил інерції), кінетичної енергії, та потужності механізму. Існують чотири методи кінематичного дослідження механізмів: графічний графоаналітичний, аналітичний та експериментальний.

При розв'язуванні задач кінематики повинні бути задані кінематична схема механізму (розміри всіх ланок) та закон руху початкової (ведучої) ланки. Закон руху ведучої ланки задається у вигляді функції $\varphi = \varphi(t)$ або $s = s(t)$, яка виражає залежність кута повороту φ або переміщення s від часу t . У практиці інженерних розрахунків при кінематичному дослідженні механізмів, як правило, вважають рух початкової ланки лінійним, тобто рівномірним обертальним ($\omega_1 = \text{const}$) або рівномірним поступальним ($s_1 = \text{const}$). Такого руху звичайно вимагають умови роботи механізму, і такий він приблизно здійснюється на практиці.

Більшість механізмів і машин мають періодичний рух. Під періодом T (циклом) руху розуміють проміжок часу, після закінчення якого механізм повертається у початкове положення, а його кінематичні параметри набувають початкового значення; після цього рух повторюється за тим самим законом. Звідси випливає, що для кінематичного дослідження достатньо одного періоду роботи механізму.

4.2 Побудова планів механізму і вибір масштабів

Побудову положень ланок (планів) механізмів II класу можна здійснювати методом засічок. Розглянемо це питання на прикладі кривошипно-повзунного механізму, кінематична схема та закон руху кривошипа ОА ($\omega_1 = \text{const}$) якого задані (рис. 4.1) побудову здійснюють у певному масштабі.

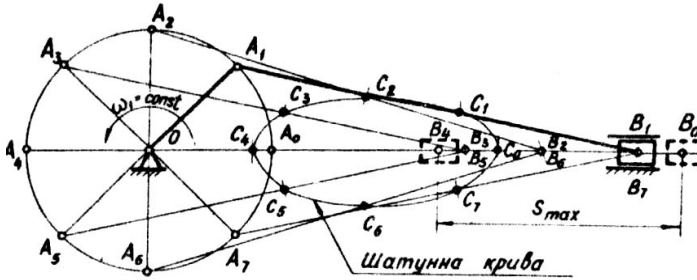


Рисунок 4.1 – Побудова положень ланок кривошипно-повзунного механізму

Для цього використовують масштабний коефіцієнт, який у загальному вигляді є відношенням фізичної величини (шляху, швидкості тощо) до довжини відрізка, який цю величину зображує на рисунку. Масштабний коефіцієнт, який у подальшому будемо називати

“масштабом”, позначимо літерою μ з індексом тієї величини, яку зображено графічно. Масштаб μ має розмірність, у чисельнику якої – розмірність величини, яка зображується, у знаменнику – розмірність довжини (мм). Наприклад, коли зображати лінійні розміри механізму, масштаб (м/мм) визначається за формулою

$$\mu_l = \frac{l_{OA}}{OA} = \frac{l_{OA}}{l_{OA}}, \quad (4.1)$$

де l_{OA} - дійсна довжина кривошипа, м;

OA або $\overline{l_{OA}}$ - довжина відрізка OA, мм, який зображує його на рис. 4.1.

Треба відмітити, що масштаби утворюються із таких цифр 1, 2, 4, 5, 8 або їх сполучень 25 і 125 помножених на $10 \pm k$, де $k=1, 2, 3 \dots$ і т.д.

Щоб знайти методом дугових засічок положення всіх точок і ланок механізму, необхідно послідовно розглянути рух кожної ланки, від початкової до вихідної, у такому порядку, у якому вони приєднуються до механізму. Кривошип OA здійснює рівномірний

обертальний рух ($\omega_1 = \text{const}$) навколо нерухомого центра О. Шатун АВ здійснює складний рух: центр шарніра А рухається по колу радіуса ОА, центр шарніра В – по прямій разом із повзуном В, який шарнірно зв'язаний із шатуном АВ і рухається вздовж нерухомої напрямної.

За початкове положення механізму, як правило, вибирають одне з його крайніх положень. Нехай таким положенням буде випадок, коли кривошип і шатун витягаються в одну лінію OA_0B_0 . У центральному кривошипно-повзунному механізмі ця лінія збігається з напрямом руху центра шарніра В. Далі поділимо траєкторію точки на довільне число рівних частин, наприклад 8, як це показано на рис. 4.1. Точки поділу позначимо $A_0, A_1, A_2, \dots, A_7$ у напрямі обертання кривошипа. Тобто перехід з одного положення в інше здійснюється за час $T/8$, де T – період обертання кривошипа ($T=60/n$, с; n – частота обертання кривошипа, хв^{-1}).

Положення точки В знайдемо методом дугових засічок, враховуючи, що довжина шатуна АВ протягом руху залишається незмінною. Для цього з отриманих точок $A_0, A_1, A_2, \dots, A_7$ радіусом АВ зробимо дугові засічки на траєкторії точки В, у результаті чого знайдемо положення центрів шарніра В – $B_0, B_1, B_2, \dots, B_7$. З'єднавши точки A_i і B_i відрізком AB_i , дістанемо положення шатуна АВ і повзуна В ($i=0, 1, 2, \dots, 7$).

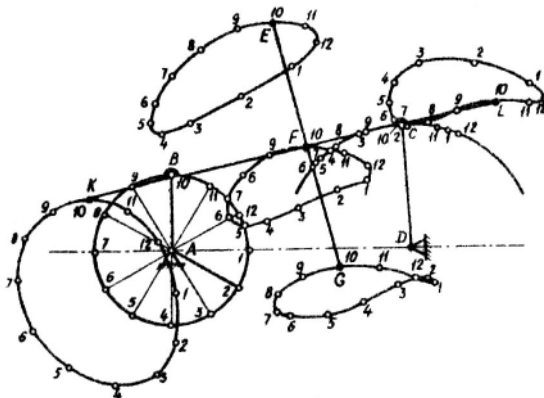


Рисунок 4.2 – Приклади шатунних кривих шарнірного чотириланкового механізму

Таким самим способом побудуємо траєкторію точки С, яка лежить на шатуні АВ (див. рис. 4.1). Для цього з точок A_i зробимо на

відповідних положеннях A_iB_i дугові засічки радіусом AC , які визначають точки C_i плавною кривою, отже дістанемо траєкторію точки C . Через те, що точка C лежить на шатуні,

її траєкторію називають шатунною кривою. На рис. 4.2 показано приклади точки (B, C, E, F, G, K, L) шатуна шарнірного чотири ланкового механізму. Шатунні криві широко використовуються у сучасній техніці для виконання відповідних рухів виконавчими органами різних механізмів і машин, при проектуванні механізмів з вистоями, ладаними передаточними функціями тощо.

4.3 Побудова планів швидкостей і прискорень

На практиці для визначення швидкостей та прискорень широкого застосування набув графоаналітичний метод – метод планів швидкостей та прискорень. Перевагою цього методу є те, що він досить точний і наочний, порівняно простий у виконанні, дозволяє дістати не тільки величини (модулі), але і напрямки швидкостей та прискорень заданих точок тіл (ланок), які утворюють механізми. Розглянемо побудову плану швидкостей кривошипно-повзунного механізму (рис. 4.3, а), для якого задані розміри ланок і закон руху кривошипа OA ($\omega_1 = const$). Цей механізм

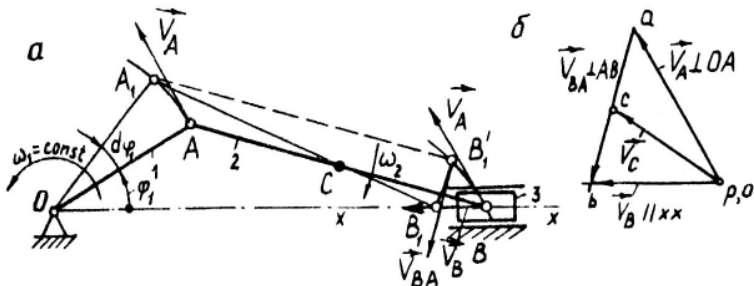


Рисунок 4.3 - Побудова плану швидкостей кривошипно-повзунного механізму

складається з трьох рухомих ланок, які здійснюють: 1 – кривошип OA – обертальний рух навколо центра нерухомого шарніра O ; 2 – шатун AB – складний рух; 3 – повзун B зворотно-поступальний рух відносно

нерухомих напрямних. Четверта ланка цього механізму нерухома і називається стояком.

Щоб побудувати план швидкостей механізму, спочатку будемо в деякому вибраному масштабі довжини (він визначається за формулою 4.1) і заданому куту φ_1 положенні кривошипа ОА схему механізму.

Знаючи кутову швидкість ω_1 кривошипа ОА і його дійсну довжину l_{OA} , знаходимо модуль швидкості точки А за формулою $V_A = \omega_1 \cdot l_{OA}$. Вектор $\overline{V_A}$ напрямний перпендикулярно до кривошипа ОА в бік його руху. Вибираємо відрізок pa , бажано у межах 80...120 мм, і визначаємо масштаб швидкостей за формулою

$$\mu_v = \frac{V_A}{pa} \quad (4.2)$$

після чого цей масштаб закругляємо до величини (1, 2, 4, 5, 8, 25, 125) $\cdot 10^{\pm k}$. Відрізок pa зображує на плані швидкість точки А, див. рис. 4.3, б. Враховуючи, що шатун рухається плоско-паралельно, то можемо записати аналітичне рівняння по визначенню швидкості точки В.

$$\overline{V_B} = \overline{V_A} + \overline{V_{BA}} \quad (4.3)$$

Це рівняння розв'язується графічно за формулою побудови плану швидкостей кривошипно-повзунного механізму. Для визначення швидкостей $\overline{V_B}$ і $\overline{V_{BA}}$ проводимо через точку а (див. рис. 4.3, б) лінію, яка показує напрям відносної швидкості ($\perp AB$), а полюса p -лінію, яка паралельна напрямку руху повзуна В ($\parallel x-x$). Точка перетину цих ліній визначає точку b -кінець векторів $\overline{V_B}$ і $\overline{V_{BA}}$. Відрізок ab не тільки визначає у масштабі модель відносної швидкості $V_{AB} = ab \cdot \mu_v$, але одночасно він є планом швидкостей шатуна АВ. А тому точка С, яка лежить на ньому, на плані буде, згідно з теоремою подібності лежати на відрізку ab . Склавши пропорцію

$$\frac{ab}{ac} = \frac{l_{AC}}{l_{AB}}, \quad (4.4)$$

знаходимо довжину відрізка ac , який відкладаємо на плані швидкостей і з'єднавши точку c з полюсом p , тобто $V_c = pc \cdot \mu_v$.

Планом швидкостей кривошипа ОА буде відрізок pa (точка О нерухома і тому вона попала в полюс p), повзуна В – точка v (усі точки повзуна мають однакову швидкість $\overline{V_B}$).

Знайшовши лінійні швидкості всіх точок ланок механізму, можна знайти кутові швидкості. У нашому випадку кутова швидкість шатуна АВ

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{AB}} = \frac{ab \cdot \mu_V}{l_{AB}}, \quad (4.5)$$

Для визначення напрямку кутової швидкості ω_2 переносимо вектор швидкості $\overline{V_{BA}}$ у точку В і розглядаємо рух точки В відносно точки А у напрямі швидкості $\overline{V_{BA}}$. У нашому випадку (див. рис. 4.3, а) кутова швидкість ω_2 напрямлена за годинниковою стрілкою.

Розглянемо методику побудови планів на прикладі кривошипно-повзунного механізму (див. рис. 4.3). Вихідними даними для побудови плану прискорень є положення ланок механізму і план швидкостей. Рівняння, які використовуються при побудові плану прискорень, відрізняються тільки тим, що повні прискорення точки розкладають на окремі складові. У нашому випадку (рис. 4.4, а) повним прискоренням точки А є геометрична сума нормального (доцентрового) і дотичного (тангенціального) прискорення:

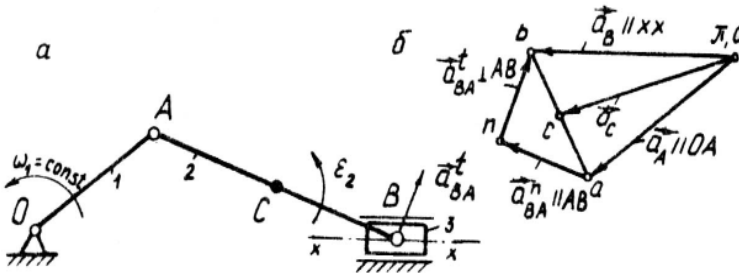


Рисунок 4.4 - Побудова плану прискорень кривошипно-повзунного механізму

$$\overline{a_A} = \overline{a_{AO}} = \overline{a_{AO}^n} + \overline{a_{AO}^t}, \quad (4.6)$$

де $\overline{a_{AO}}$ - прискорення точки А при обертанні кривошипа ОА навколо точки О.

Нормальне прискорення $\overline{a_{AO}^n}$ напрямлене по лінії АО до центра обертання кривошипа О, дотичне $\overline{a_{AO}^\tau}$ - перпендикулярно до АО у бік, який відповідає напрямку кутового прискорення ε_1 кривошипа ОА. Модулі цих прискорень знаходять із співвідношень

$$\overline{a_{AO}^n} = \omega_1^2 \cdot l_{OA}, \quad \overline{a_{AO}^\tau} = \frac{dV_A}{dt} = \varepsilon_1 \cdot l_{OA}. \quad (4.7)$$

Якщо кривошип ОА обертається рівномірно ($\omega_1 = const$), то $\varepsilon_1 = \frac{d\omega_1}{dt} = 0$, а отже, у нашому випадку $\overline{a_{AO}^\tau} = 0$, тобто прискорення точки $\overline{a_A} = \overline{a_{AO}^n}$.

Узявши деяку точку Π за полюс плану прискорень (див. рис. 4.4, б), відкладаємо вектор який зображує нормальне прискорення точки А у вигляді відрізка $\overline{\Pi a}$, який бажано приймати у межах 80...120 мм.

Тоді масштаб (масштабний коефіцієнт), $\frac{\text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{мм}}$,

$$\mu_a = \frac{a_A}{\Pi a}. \quad (4.8)$$

Прискорення точки В знаходимо з рівняння,

$$\overline{a_B} = \overline{a_A} + \overline{a_{BA}}. \quad (4.9)$$

У цьому рівнянні вектор прискорення $\overline{a_B}$ напрямлений вздовж прямої х-х; прискорення $\overline{a_{BA}}$ розкладаємо на дві складові: $\overline{a_{BA}} = \overline{a_{BA}^n} + \overline{a_{BA}^\tau}$. Тоді (4.9) можна записати так:

$$\overline{a_B} = \overline{a_A} + \overline{a_{BA}^n} + \overline{a_{BA}^\tau}. \quad (4.10)$$

Вектор нормального прискорення $\overline{a_{BA}^n}$ напрямлений вдовж лінії АВ від точки В до точки А, а його модуль $\overline{a_{BA}^n} = \omega_2^2 \cdot l_{AB} = \frac{V_{BA}^2}{l_{AB}}$. На

плані прискорень \overline{a}_{BA}^n зображено відрізком $a_n = \frac{a_{BA}}{\mu_a}$, який

прикладено своїм початком у точці a (згідно з правилом додавання векторів). Через його кінець (точку n) проводимо напрям дотичного прискорення \overline{a}_{BA}^τ . Він перпендикулярний до лінії AB ($\overline{a}_{BA}^\tau \perp \overline{a}_{BA}^n$). І нарешті, через полюс Π проводимо напрям прискорення точки B ($\parallel x$), тоді точка перетину напрямів прискорень \overline{a}_{BA}^n і \overline{a}_{BA}^τ . З'єднавши точки a і b , знайдемо вектор повного відносного прискорення $\overline{a}_{BA} = \overline{a}_{BA}^n + \overline{a}_{BA}^\tau$ і цим самим побудуємо план прискорень шатуну AB .

Положення точки C на плані прискорень можна визначити методом подібності, склавши пропорцію (4.4), з якої визначаємо відрізок ac . Тоді прискорення точки C – $a_c = \pi c \cdot \mu_a$.

$$\text{Модуль кутового прискорення ланки 2 } \varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^\tau}{l_{AB}} = \frac{n_b \cdot \mu_a}{l_{AB}}.$$

Для визначення напрямку ε_2 переносимо вектор дотичного прискорення \overline{a}_{BA}^τ у точку B (рис. 4.4, а) і спостерігаємо, в який бік цей вектор обертає шатун AB відносно вибраного полюса (точка A).

Розглянемо побудову планів швидкостей та прискорень шарнірного чотириланкового механізму, кривошип OA якого обертається рівномірно ($\omega_1 = \text{const}$). Розміри ланок задано (рис. 4.5, а).

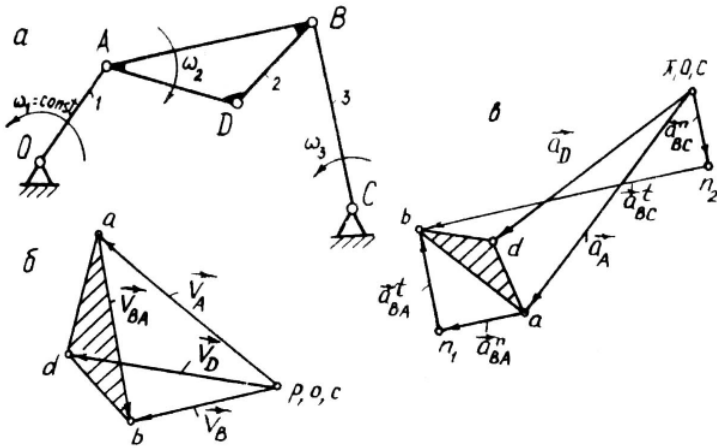


Рисунок 4.5 - Побудова планів швидкостей і прискорень шарнірного чотириланкового механізму

Побудову плану швидкостей починаємо з того, що визначаємо модуль швидкості точки А, де $V_A = \omega_1 \cdot l_{OA}$ і відкладаємо вектор цієї швидкості у масштабі ($V_A \perp OA$), попередньо вибравши відрізок pa (рис. 4.5, б). Масштаб плану швидкостей μ_V визначаємо аналогічно, за формулою (4.1).

Для визначення швидкості точки В, яка одночасно належить ланкам 2 і 3, складаємо векторні рівняння

$$\left. \begin{aligned} \overline{V_B} &= \overline{V_A} + \overline{V_{BA}}; \\ \overline{V_B} &= \overline{V_C} + \overline{V_{BC}}. \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

За першим рівнянням (4.11) через кінець вектора $\overline{V_A}$ (точку a) проводимо напрям відносної швидкості $\overline{V_{BA}}$ точки В відносно точки А ($\overline{V_{BA}} \perp AB$), а через точку p – напрям відносної швидкості $\overline{V_{BC}}$ точки В відносно точки С ($\overline{V_{BC}} \perp BC$). Точка С як нерухома ($V_C=0$). Точка перетину швидкостей $\overline{V_{BA}}$ і $\overline{V_{BC}} = \overline{V_B}$ визначає точку b , а отже, і величину цих векторів у масштабі μ_V .

Швидкість точки D, яка належить ланці 2, можна визначити використавши теорему подібності для плану швидкостей, згідно з якою можна записати такі пропорції:

$$\frac{ab}{l_{AB}} = \frac{ad}{l_{AD}} = \frac{bd}{l_{BD}}, \quad (4.12)$$

звідки знаходимо відрізки

$$ad = ab \frac{l_{AD}}{l_{AB}}; \quad bd = ad \frac{l_{BD}}{l_{AD}},$$

за допомогою яких будуюмо Δabd , подібний до ΔABD . З'єднавши точку d з полюсом p , знаходимо швидкість точки D – $V_D = pd \cdot \mu_V$.

Кутові швидкості ланок 2 і 3 знайдемо, використавши відносні швидкості $\overline{V_{BA}}$ і $\overline{V_{BC}}$:

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{AB}} = \frac{ab \cdot \mu_V}{l_{AB}}; \quad \omega_3 = \frac{V_{BC}}{l_{AC}} = \frac{bc \cdot \mu_V}{l_{BC}} \quad (4.13)$$

Для визначення напрямку кутової швидкості ω_2 переносимо вектор $\overline{V_{BA}}$ в точку і розглядаємо рух ланки 2 відносно точки A; для визначення напрямку кутової швидкості ω_3 переносимо вектор $\overline{V_{BC}}$ також у точку B і розглядаємо рух ланки 3 відносно точки C. У нашому випадку ω_2 напрямлена за годинниковою стрілкою, ω_3 - проти.

Побудову плану прискорень цього механізму також починаємо з кривошипа OA. Прискорення точки A при $\overline{\omega_1} = const$ визначається за формулою нормального прискорення: $a_A = a_A^n = \omega_1^2 l_{OA}$.

Вибравши полюс плану прискорень π (рис. 4.5, в), відкладаємо від нього відрізок πa , який відповідає прискоренню точки A у масштабі μ_a (4.8). Прискорення точки A спрямоване по лінії OA від точки A до точки O.

Для знаходження прискорення точки B складаємо два векторних рівняння:

$$\left. \begin{aligned} \overline{a_B} &= \overline{a_A} + \overline{a_{BA}^n} + \overline{a_{BA}^\tau}; \\ \overline{a_B} &= \overline{a_C} + \overline{a_{BC}^n} + \overline{a_{BC}^\tau} \end{aligned} \right\} \quad (4.14)$$

Згідно з першим рівнянням системи (4.14) до кінця вектора $\overline{a_A}$ потрібно прикласти початок вектора $\overline{a_{BA}^n}$ нормального прискорення точки В відносно А, величина якого знаходиться за формулою

$$a_{BA}^n = \omega_2^2 \cdot l_{AB} \text{ або } a_{BA}^n = \frac{V_{BA}^2}{l_{AB}}. \text{ У вибраному масштабі цей вектор буде}$$

зображено відрізком $\pi n_1 = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a}$ (мм). Прискорення $\overline{a_{BA}^n}$ напрямлене по

осі ланки АВ від точки В до точки А. Через точку n_1 , згідно з тим самим рівнянням, необхідно провести напрям дотичного прискорення $\overline{a_{BA}^\tau}$, величина якого нам невідома, ми знаємо лише його напрям – перпендикулярно до лінії АВ.

Розглянемо друге рівняння (4.14). Прискорення точки С дорівнює нулю, тому точка С збігається з полюсом плану. Прискорення $a_{BC}^n = \omega_3^2 \cdot l_{BC}$ і напрямлене від точки В до точки С.

Відрізок $\pi n_2 = cn_2 = \frac{a_{BC}^n}{\mu_a}$, який відповідає прискоренню $\overline{a_{BC}^n}$, на

плані відкладаємо від точки π . Через точку n_2 проводимо напрям дотичного прискорення $\overline{a_{BA}^\tau} \perp BC$ до перетину з напрямом прискорення $\overline{a_{BA}^\tau}$. Точка перетину в цих ліній визначить величину і напрям прискорення точки В і величини дотичних прискорень у масштабі μ_a .

Прискорення точки D знаходимо методом подібності, побудувавши подібний ланці ABD трикутник abd , відрізки ad і bd визначаємо з пропорції (4.12).

Модуль кутових прискорень ланок 2 і 3 знаходимо за формулами $\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^\tau}{l_{AB}} = \frac{n_1 b \cdot \mu_a}{l_{AB}}$; $\varepsilon_3 = \frac{a_{BC}^\tau}{l_{BC}} = \frac{n_2 b \cdot \mu_a}{l_{BC}}$. Для визначення напрямів ε_2 і ε_3 переносимо вектори $\overline{a_{BA}^\tau}$ і $\overline{a_{BC}^\tau}$ у точку В і розглядаємо, в який бік ці вектори повертають відповідно ланки АВ і ВС.

4.4 Кінематичне дослідження передач

У різних машинах і передачах широко застосовуються механізми для відтворення обертового руху з постійним передаточним відношенням між двома по-різному заданими осями.

Такі механізми носять назву механізмів передач обертового руху, або скорочено, механізмів передач.

Найпростішим механізмом передачі з твердими ланками є триланковий механізм, який складається із двох рухомих ланок, які входять у дві обертальні і одну вищу пару.

Відношення кутової швидкості однієї ланки до кутової швидкості другої ланки у механізмі з одним ступенем волі називається передаточним відношенням.

4.4.1 Прості зубчасті механізми

Широке застосування у машинах і приладах мають зубчасті механізми (рис. 4.6).

В теорії механізмів зубчастих передач кола радіусами r_1 і r_2 носять назву початкових кіл, кола радіусами r_{f_1} і r_{f_2} - називаються колами западин, кола радіусами r_{a_1} і r_{a_2} - колами виступів, або вершин зубців. Для двох ланок 1 і 2, які обертаються з кутовими швидкостями ω_1 і ω_2 , передаточне відношення визначається:

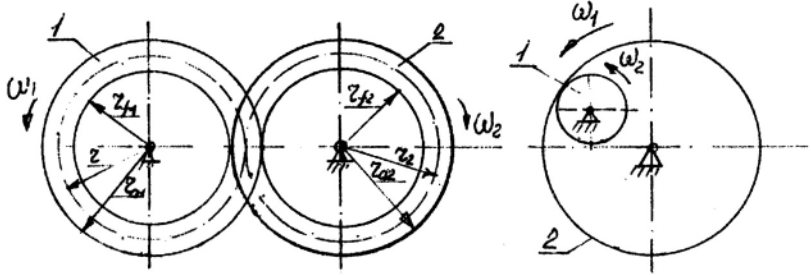


Рисунок 4.6 – Зубчасті механізми

при зовнішньому зачепленні (рис. 4.6, а)

$$i_{12} = -\frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{r_2}{r_1}, \quad (4.15)$$

при внутрішньому зачепленні (рис. 4.6, б)

$$i_{12} = -\frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{r_2}{r_1}. \quad (4.16)$$

Якщо рух здійснюється між паралельними осями, то передаточне відношення має знак “плюс”, якщо кутові швидкості ланок мають однакову направленість (внутрішнє зачеплення) і знак “мінус”, якщо направленість руху протилежна (зовнішнє зачеплення).

Відношення кроку P до числа π називається модулем зачеплення і позначається літерою m , мм. Формули (4.15) і (4.16) можна записати:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \pm \frac{r_2}{r_1} = \pm \frac{z_2}{z_1} = \pm \frac{D_2}{D_1}, \quad (4.17)$$

де n_1, n_2 - кількість обертів за хвилину ланок 1 і 2;

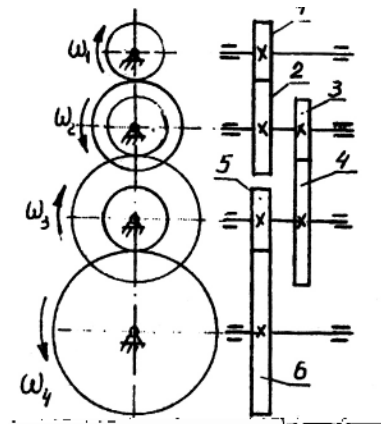
z_1, z_2 - кількість зубців ланок

1 і 2;

D_1, D_2 - діаметри початкових кіл зубчастих коліс.

4.4.2 Рядові зубчасті механізми

Одна ступінь зубчастої передачі може забезпечити передаточне відношення



від 1 до 12,5. При необхідності отримання більшого передаточного відношення застосовують механізми, які складаються із декількох пар коліс, так званих серій коліс. Серії зубчастих коліс, у яких всі вали коліс обертаються у нерухомих підшипниках, називаються рядовими.

Визначимо передаточне відношення рядового механізму, який складається із трьох пар циліндричних зубчастих коліс (рис. 4.7).

Рисунок 4.7 – Рядовий зубчастий механізм

Колеса 2-3 і 4-5 жорстко пов'язані між собою, тобто обертаються з однаковою кутовою швидкістю ($\omega_2 = \omega_3, \omega_4 = \omega_5$).

Загальне передаточне відношення механізму $i_{16} = \frac{\omega_1}{\omega_6}$. Запишемо

передаточне відношення для кожної зубчастої пари:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{z_2}{z_1}; \quad i_{34} = \frac{\omega_3}{\omega_4} = -\frac{z_4}{z_3}; \quad i_{56} = \frac{\omega_5}{\omega_6} = -\frac{z_6}{z_5}.$$

Перемноживши праві і ліві частини цих рівнянь, дістанемо

$$i_{12} \cdot i_{34} \cdot i_{56} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_3}{\omega_4} \cdot \frac{\omega_5}{\omega_6} = \frac{\omega_1}{\omega_6} = i_{16} = -\frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} \cdot \frac{z_6}{z_5}. \quad (4.18)$$

Отже передаточне відношення рядового зубчастого механізму дорівнює добутку передаточних відношень окремих зубчастих пар. Знак передаточного відношення рядового механізму при парній кількості зовнішніх зачеплень позитивний, при непарній кількості – від'ємний.

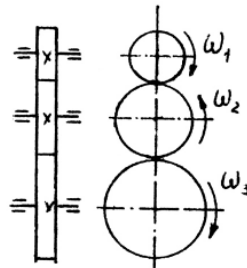


Рисунок 4.8 – Рядовий зубчастий механізм з кінчними колесами

Для рядових механізмів з кінчними колесами знак передаточного відношення визначається за правилом стрілок (рис. 4.8): якщо стрілки, які визначають напрямок обертання коліс напрямлені однаково, то знак буде “+”, якщо протилежно – знак “-”. Тому маємо, що

$$i_{14'} = -\frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_{4'}}{z_3} \quad i_{14} = -\frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3}. \quad (4.19)$$

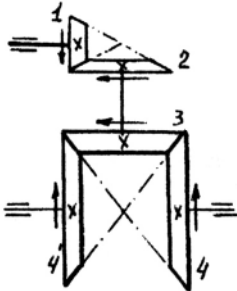


Рисунок 4.9 – Механізм з паразитним колесом

Для передачі обертального руху між валами, розташованими на значній відстані, або якщо необхідно змінити напрям обертання валів, застосовуються механізми, у яких є колеса ведені по відношенню до попередніх і в той же час вони є ведучими по відношенню до послідовних. У техніці такі колеса називають паразитними колесами (рис. 4.9) у відповідності з формулою (4.18) маємо

$$i_{13} = i_{12} \cdot i_{23} = -\frac{z_2}{z_1} \cdot \left(-\frac{z_3}{z_2}\right) = \frac{z_3}{z_1} = \frac{\omega_1}{\omega_3}, \quad (4.20)$$

що передаточне відношення такого механізму дорівнює відношення кількості зубців останнього веденого колеса до кількості зубців першого ведучого колеса. Отже паразитне колесо не діє на величину передаточного відношення.

4.4.3 Сателітні механізми

Механізми, які мають колеса із рухомими осями, називаються сателітними.

У механізмі наведеному на рис. 4.10, зубчасті колеса 1 і 3, осі яких співпадають з основною геометричною віссю механізму, називаються центральними, колесо 2, яке знаходиться у складному русі: навколо власної осі і з власною віссю навколо центральної, називається сателітом. Важіль Н, на якому закріплюється рухома вісь сателіта, називається водилом. Центральне колесо і водило являються основними ланками.

Ступінь рухомості механізму, показаного на (рис. 4.10)

$$W = 3n - 2P_5 - P_4 = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 4 - 2 = 2. \quad (4.21)$$

Сателітні механізми, ступінь волі яких дорівнює двом, називаються диференціальними механізмами. Для визначення залежності між кутовими швидкостями всіх ланок диференціальної передачі ω_1 , ω_3 , ω_H , скористаємось способом оберненого руху.

Задамо всьому механізму обертальний рух навколо осі O_1 , який дорівнює швидкості водила Н, але напрямлений в протилежний бік

$(-\omega_H)$. Тоді диференціальний механізм з нерухомими осями ($\omega'_H = \omega_H - \omega_H = 0$), а кутові швидкості рухомих ланок відносно водила дорівнюють:

$$\omega'_1 = \omega_1 - \omega_H \quad \omega'_3 = \omega_3 - \omega_H$$

Передаточне відношення такого механізму i_{13}^H (індекс H означає, що водило зупинене), як і при рядовому з'єднанні коліс, визначається за формулою

$$i_{13}^H = \frac{\omega'_1}{\omega'_3} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H}. \quad (4.22)$$

У загальному вигляді для диференціального механізму, який складається із K коліс

$$i_{1K}^H = \frac{\omega'_1}{\omega'_K} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_K - \omega_H}, \quad (4.23)$$

ця формула (4.23) носить назву формули Віліса. Якщо в сателітному механізмі на одне із центральних коліс накласти додаткову кінематичну в'язь (наприклад $\omega_3 = 0$), то дістанемо планетарний механізм, ступінь рухомості якого $W = 1$, а формула Віліса має вигляд

$$i_{13}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{-\omega_H} = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - i_{1H} \quad (4.24)$$

і передаточне відношення планетарного механізму визначається за формулою

$$i_{1H} = 1 - i_{13}^H = 1 - \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \frac{z_3}{z_2} = 1 + \frac{z_3}{z_1} \quad (4.25)$$

за допомогою планетарних механізмів можна отримати дуже велике передаточне відношення при невеликій кількості коліс.

ЛЕКЦІЇ 6, 7 І 8

5 ДИНАМІКА МЕХАНІЗМІВ І МАШИН

5.1 Основні задачі динамічного дослідження механізмів

При динамічному дослідженні механізмів розглядається рух ланок з врахуванням сил, що на них діють. Своєю дією прикладені сили надають ланкам механізму того чи іншого закону руху.

Розрізняють дві основні задачі динаміки механізмів і машин:

- 1) заданий закон руху початкової ланки механізму – треба визначити зовнішні сили, які забезпечують цей рух;
- 2) задані зовнішні сили, що діють на ланки механізму, - треба визначити закон руху початкової ланки;

Перша задача носить назву силового аналізу механізмів, а друга – динаміки механізмів (машин). Крім цього, як і в інших розділах теорії механізмів і машин, у динаміці можна виділити два класи задач – аналіз і синтез механізмів за даними динамічними умовами. З цієї причини у розділ динаміки включають ряд інших задач, які мають важливе технічне значення, а саме: розрахунок маховика, зрівноваження, мас у механізмі, визначення його ККД, дослідження коливань у машинах, їх віброзахист.

Але перш ніж приступити до розв'язування задач динаміки, необхідно ознайомитися з силами, що діють на ланки механізмів і машин.

5.2 Сили, що діють у машинах

Усі діючі у машинах сили поділяють на дві основні групи:

- 1) рушійні сили \overline{F}_p , які діють у бік руху тіла, тобто намагаються прискорити його рух;
- 2) сили опору \overline{F}_0 , які діють проти руху тіла, тобто намагаються сповільнити рух тіла.

У свою чергу сили опору поділяються на сили корисного (або виробничого) опору $\overline{F}_{ко}$ та сили шкідливого (або невиробничого) опору $\overline{F}_{шо}$.

Рушійні сили – це такі сили, які приводять механізм або машину в рух. Рушійними силами можуть бути тиск пари або газу, тиск води, повітря, електромагнітні сили, сили пружності пружини, сили ваги тощо.

Напрями рушійної сили та швидкості точки, у якій прикладена ця сила, або збігаються, або складають гострий кут. Тому проекція вектора сили на напрям руху тіла завжди додатна, що і визначає додатну роботу рушійних сил.

До сил корисного опору відносяться технологічні опори руху, на подолання яких при виконання технологічного процесу витрачається робота, тобто для здійснення якого і служить машина або механізм.

Сила корисного опору напрямлена у протилежний бік руху або складає з напрямом швидкості тупий кут. Тому ця робота завжди від'ємна.

До сил шкідливого опору відносяться сили тертя у кінематичних парах, а також опір середовища. Правда є, випадки, коли силу тертя не можна віднести до шкідливого опору. В гальмах, наприклад, або у місцях стику ведучих коліс локомотива з рельсами, автомобіля з поверхнею дороги тертя корисне.

Розрізняють також сили ваги ланок \overline{G} , сили інерції $\overline{F}_{\text{ін}}$, та сили реакцій \overline{R} у кінематичних парах. Проте ці сили не утворюють будь-який новий клас. Залежно від їх напрямку дії ці сили треба віднести до рушійних сил або сил опору.

Сили ваги є результат взаємодії ланок із землею. У результаті того, що ця сила постійно направлена в один бік, а у машинах траєкторії точок ланок, як правило, замкнуті, то робота сил ваги дорівнює нулю. У середині періоду руху ця робота відрізняється від нуля.

Сили інерції з'являються при зміні швидкості за величиною або напрямом. При періодичному русі робота сил інерції за період руху також дорівнює нулю (без урахування затрат енергії на тертя). Це пояснюється тим, що швидкості та прискорення точок рухомих ланок по закінченні кожного періоду набувають початкових значень.

Розрізняють іще сили реакцій, які виникають при взаємодії ланок у місцях їх стикання, тобто у кінематичних парах. Такі сили є внутрішніми силами для всього механізму в цілому, хоча для кожної окремо взятої ланки вони будуть зовнішніми. Робота сил реакцій ніколи не дорівнює нулю, оскільки не рівні нулю сили тертя у кінематичних парах.

Все раніше викладене про сили відноситься і до моментів пар сил M , тому що вони характеризують дію сил при обертанні ($M = F_r$, де F - сила; r - плече цієї сили відносно осі).

Рушійні сили та сили корисного опору залежно від їх механічних, фізичних і технологічних характеристик можуть бути сталими або функціями різних кінематичних параметрів – переміщень, швидкостей, прискорень і часу. Рушійні сили та сили опору, як правила, визначають експериментальним шляхом, використовуючи відповідні прилади.

5.3 Визначення сил інерції ланок і сили реакцій у кінематичних парах

Як відомо з теоретичної механіки, у загальному випадку всі сили інерції будь-якої ланки АВ (рис. 5.1), яка здійснює плоскопаралельний рух і має площину симетрії, паралельну площині руху, можуть бути зведені до сил інерції $\overline{F}_{ін}$, яку прикладаємо в центрі мас (ваги) S , і до пари сил інерції, момент яких дорівнює $\overline{M}_{ін}$.

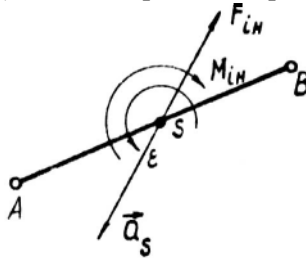


Рисунок 5.1 – До визначення сил інерції

Сила інерції ланки визначається

$$\overline{F}_{ін} = -m\overline{a}_s, \quad (5.1)$$

де $\overline{F}_{ін}$ - вектор сили інерції ланки АВ; m - маса ланки, кг; \overline{a}_s - вектор повного прискорення центра мас S , м/с^2 . Сила інерції ланки $\overline{F}_{ін}$ напрямлена протилежно вектору прискорення центра мас \overline{a}_s .

Таким чином, для визначення сили інерції $\overline{F}_{ін}$ ланки треба знати її масу та вектор повного прискорення \overline{a}_s центра мас. Як видно із формули (5.1), сила інерції має розмірність $[\text{кг} \cdot \text{м/с}^2]$, тобто вимірюється у ньютоних (Н).

Момент, $\overline{M}_{ін}$ пари сил інерції напрямлений протилежно правому прискоренню ε і може бути визначений як

$$\overline{M}_{ін} = -I_S \cdot \varepsilon \quad (5.2)$$

У формулі (5.2) I'_S - момент інерції ланки відносно осі, яка проходить через центр мас і перпендикулярна до площини руху ланки, а ε - кутове прискорення ланки.

Момент інерції I_S має розмірність $[\text{кг} \cdot \text{м}^2]$, кутове прискорення ε - $[\text{рад}/\text{с}^2]$ тому момент $\overline{M}_{\text{ін}}$ пари сил інерції має розмірність $[\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2] = \text{Н} \cdot \text{м}$.

Силу інерції $\overline{F}_{\text{ін}}$ і момент пари сил інерції $\overline{M}_{\text{ін}}$ можна замінити однією рівнодійною силою $\overline{F}'_{\text{ін}}$, що дорівнює силі інерції $\overline{F}_{\text{ін}}$ (рис. 5.2), лінія дії

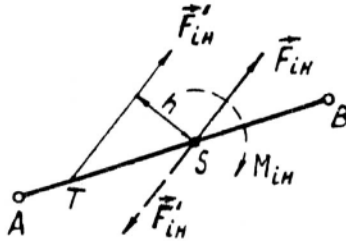


Рисунок 5.2 – Зведення сил інерції ланки до однієї рівнодійної

Якої зміщена відносно центра мас S на відстань $h = \frac{M_{\text{ін}}}{F_{\text{ін}}}$, тобто момент пар сил інерції ($M_{\text{ін}} = F_{\text{ін}} \cdot h$) замінюємо парою сил ($\overline{F}'_{\text{ін}}, \overline{F}'_{\text{ін}}$).

Визначення сил реакцій у кінематичних парах зводиться до пошуку їх величини, напрямку і точки прикладення.

Сили реакцій (сили взаємодії) між двома тілами (ланками), які стикаються, при відсутності тертя завжди напрямлені нормально до стичних поверхонь. Тому в обертальній кінематичній парі (рис. 5.3, а) реакція \overline{R}_{21} , яка прикладена до ланки 1 з боку ланки 2, буде завжди проходити через центр шарніра O . Значення і напрям дії цієї сили \overline{R}_{21} невідомий, тому що вони залежать від сил, які прикладені до ланок 1 і 2.

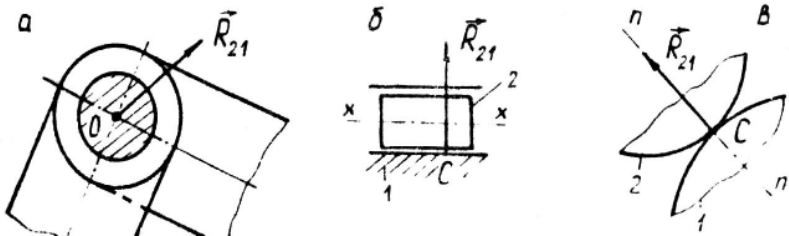


Рисунок 5.3 – Реакції в кінематичних парах V і IV класів

Викладене повністю стосується і реакції \bar{R}_{12} , яка прикладена до ланки 2 з боку ланки 1, тому що сили взаємодії зв'язані між собою третім законом Ньютона: $\bar{R}_{21} = -\bar{R}_{12}$.

У поступальній парі (рис. 5.3, б) результуюча реакція \bar{R}_{21} буде напрямлена перпендикулярно до осі руху $x-x$ ланок цієї пари, при цьому невідомими лишаються її значення та точка прикладення С.

У вищій парі IV класу (рис. 5.3, в) реакція \bar{R}_{21} напрямлена вздовж нормалі $n-n$ (без врахування тертя) і прикладена у точці дотику С. Тому в такій кінематичній парі відомі точка прикладення та напрям сили реакції. Невідомим є її значення.

Отже, під час визначення реакцій у кінематичних парах V класу необхідно відшукати дві невідомі у кожній парі. Якщо число пар п'ятого класу у механізмі P_5 , то число невідомих дорівнює $2P_5$ і якщо n - число рухомих ланок, то число рівнянь рівноваги дорівнює $3n$. Механізм буде статично визначений при умові $2P_5 = 3n$. Отримана рівність співпадає із структурною формулою групи Ассура. Отже групи Ассура є статично визначеними, а під час пошуку реакцій у кінематичних парах механізму можна розглядати рівновагу кожної групи Ассура окремо.

В основу метода визначення реакцій прийнято принцип Д'Аламбера, у відповідності з яким динамічна система умовно зводиться до статичної шляхом приєднання сил інерції і для розв'язання задачі використовуються рівняння рівноваги статички.

$$\sum \bar{F}_i + \bar{G}_i + \sum \bar{R}_{ji} + \bar{F}_{\text{ін}i} = 0 \quad (5.3)$$

де $\sum F_i$ - сума всіх зовнішніх сил, які діють на i -ту ланку;

\bar{G}_i - сила ваги i -тої ланки;

$\sum R_{ji}$ - сума силової взаємодії з боку інших ланок на i -ту ланку (j -та ланка стикається з i -тою ланкою);

$F_{\text{ін.}i}$ - сила інерції i -тої ланки.

Визначення реакцій у кінематичних парах механізмів виконується у такій послідовності:

1. Спочатку викреслюється механізм у заданих положеннях і у прийнятому масштабі μ_e ;

2. Механізм розподіляємо на групи Ассура, які викреслюються у відповідному масштабі μ_e ;

3. До ланок групи Ассура у відповідних точках прикладаємо всі задані сили і моменти (сили інерції, сили ваги, сили корисного опору і інші);

4. До зовнішніх пар кожної групи прикладаємо невідомі сили реакцій, які замінюють дію відкинутих ланок сусідніх груп;

5. Потім складаються рівняння рівноваги ланок для визначення відповідних тангенційних складових реакцій у зовнішніх кінематичних парах;

6. У прийнятому масштабі μ_F будуються силові багатокутники і визначаються складові, а також повні реакції у кінематичних парах;

7. Визначення реакцій необхідно починати з групи Ассура, найбільш віддаленої від ведучої ланки, поступово переходячи до послідовних груп, а закінчувати дослідження ведучої ланки, тобто механізму I класу.

5.4 Силовий розрахунок плоских механізмів без врахування сил тертя

Методику силового розрахунку механізмів II класу розглянемо на прикладі шарнірного чотириланкового механізму, кінематичну схему якого зображено на рисунку 5.4.

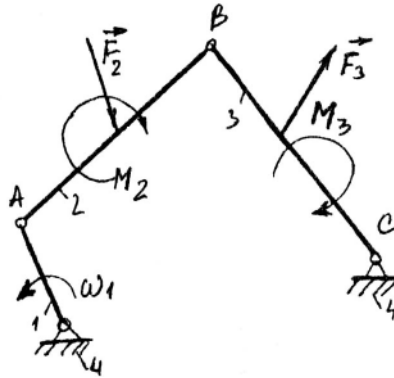


Рисунок 5.4- Схема силового навантаження шарнірного чотириланкового механізму

При цьому будемо вважати, що всі зовнішні сили (сили опору, ваги, інерції тощо), які діють на ланки групи, відомі і для кожної ланки зведеної до однієї рівнодійної сили \vec{F}_i та одного рівнодійного моменту \vec{M}_i , де $i=1, 2, 3, \dots, n$ – номер ланки. Таке спрощення не впливає на методику силового розрахунку структурної групи, яка входить до складу механізму (див. рис. 5.4). При силовому розрахунку необхідно визначити реакції у кінематичних парах та зрівноважуючу силу або зрівноважуючий момент, який прикладають до початкової ланки.

До складу механізму входить механізм I класу, утворений кривошипом 1 і стояком II класу II порядку (шатун 2 та коромисло 3). Силовий розрахунок починаємо з групи 2-3.

Для цього групу від'єднуємо від інших ланок (кривошипа 1 і стояка 4) і замість них прикладаємо до елементів кінематичних пар A і C реакції \vec{R}_{12} та \vec{R}_{43} (рис. 5.5), значення та напрям яких невідомі. Крім цього до ланок групи прикладаємо всі зовнішні сили \vec{F}_2, \vec{F}_3 та моменти M_2 і M_3 .

Запишемо рівняння рівноваги ланок групи під дією прикладених сил

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{R}_{12} + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{R}_{43} = 0. \quad (5.4)$$

У рівнянні (5.4) відомими є сили \bar{F}_2 і \bar{F}_3 (вони підкреслені двома рисками); невідомими – реакції \bar{R}_{12} і \bar{R}_{43} , тобто чотири невідомі (невідомими вважаються і значення і напрям сил). Моменти M_2 і M_3 та реакція у кінематичній парі В у рівняння (5.4) не входять.

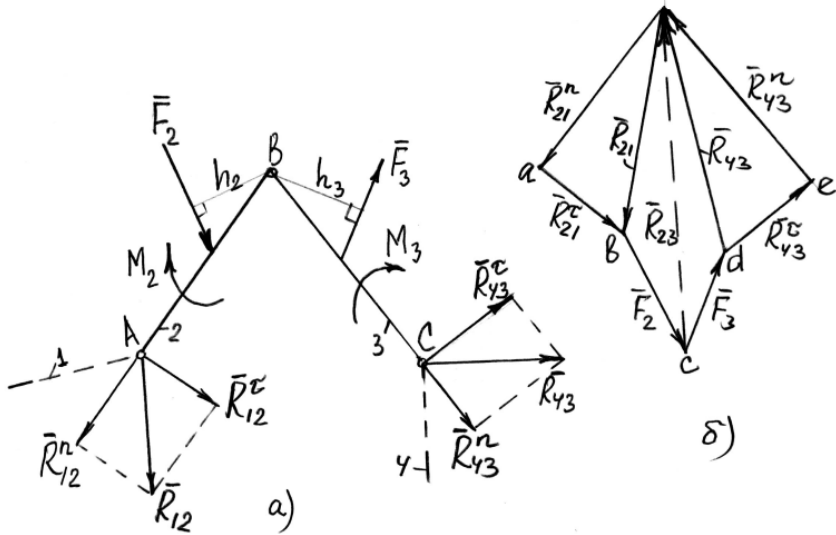


Рисунок 5.5 – Побудова плану сил групи II класу II порядку

Задача про знаходження сил може розв'язуватися аналітично та графічно. На практиці досить широко використовується графічний спосіб визначення сил шляхом побудови планів сил. До побудови плану сил у рівнянні рівноваги (5.4) може бути не більш як два невідомих. У нашому випадку необхідно зменшити кількість невідомих із 4 до 2. Розкладаємо реакції \bar{R}_{12} і \bar{R}_{43} на дві складові, які напрямлені вздовж відповідних ланок АВ і В та перпендикулярно до них, тобто

$$\bar{R}_{12} = \bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^t \quad \text{і} \quad \bar{R}_{43} = \bar{R}_{43}^n + \bar{R}_{43}^t, \quad (5.5)$$

визначаємо дотичні складові реакцій. Для цього складаємо для кожної ланки рівняння рівноваги у вигляді моментів відносно точки В:

для ланки 2

$$\sum_{i=1}^n M_B^{(2)}(\overline{F}_i) = R_{12}^{\tau} \cdot l_{AB} + F_2 \cdot h_2 - M_2 = 0,$$

звідки

$$R_{12}^{\tau} = \frac{M_2 - F_2 \cdot h_2}{l_{AB}}, \quad (5.6)$$

для ланки 3

$$\sum_{i=1}^n M_B^{(3)}(\overline{F}_i) = R_{43}^{\tau} \cdot l_{BC} + F_3 \cdot h_3 - M_3 = 0,$$

звідки

$$R_{43}^{\tau} = \frac{M_3 - F_3 \cdot h_3}{l_{BC}}, \quad (5.7)$$

де h_2 і h_3 - дійсні величини плечей, а l_{AB} і l_{BC} - дійсні довжини ланок.

У залежностях (5.6), (5.7) і далі вказані в дужках цифри 2, 3, та які показують номери ланок, рівновага яких розглядається. Якщо при обчисленні дотичні складові дістанемо від'ємними, то на плані сил треба їх напрямити у протилежний бік.

Підставивши залежності (5.5) у рівняння рівноваги (5.4), дістанемо

$$\overline{R}_{12}^n + \overline{R}_{12}^{\tau} + \overline{F}_2 + \overline{F}_3 + \overline{R}_{43}^{\tau} + \overline{R}_{43}^n = 0, \quad (5.8)$$

у цьому рівнянні невідомі тільки нормальні складові реакцій (вони підкреслені однією рисою), значення яких можна визначити, побудувавши план сил за рівнянням (5.8). Для цього проводимо

пряму, паралельну лінії дії \overline{R}_{12}^n , на якій вибираємо довільну точку a , з якої у вибраному масштабі μ_F послідовно відкладаємо вектори

дотичної складової \overline{R}_{12}^{τ} (рис. 5.5, б), \overline{F}_2 , \overline{F}_3 , \overline{R}_{43}^{τ} (див. рівняння

5.8). Через кінець вектора \overline{R}_{43}^{τ} до перетину з напрямом вектора \overline{R}_{12}^n .

Точка перетину напрямів \overline{R}_{12}^n і \overline{R}_{43}^n (точка m) визначає величини

відрізків, які зображують у вибраному масштабі вектори \overline{R}_{12}^n і \overline{R}_{43}^n .

Напрями цих векторів повинні бути такими, щоб при обході контура плану всі сили були напрямлені у напрямі обходу. Складаючи на плані

сил вектори \bar{R}_{12}^n і \bar{R}_{43}^n , дістанемо повну реакцію \bar{R}_{12}^n , аналогічно знаходимо повну реакцію \bar{R}_{43}^n (5.5).

Щоб визначити реакцію \bar{R}_{32} ланки 3 на ланку 2, напишемо рівняння рівноваги сил, що діють на ланку 2:

$$\sum_{i=1}^n \bar{F}_i = \bar{R}_{12} + \bar{F}_2 + \bar{R}_{32} = 0, \quad (5.9)$$

У цьому рівнянні маємо два невідомих: значення та напрям реакції \bar{R}_{32} . Їх можна визначити, побудувавши план сил для ланки 2 згідно з рівнянням (5.9). Для цього на плані сил (рис. 5.5, б) досить сполучити початок вектора \bar{R}_{12} з кінцем вектора \bar{F}_2 і дістанемо реакцію \bar{R}_{32} (вона показана штриховою лінією). Очевидно, що реакція $\bar{R}_{32} = -\bar{R}_{23}$, і її можна визначити так само, як і \bar{R}_{32} , розглянувши рівновагу ланки 3.

Згідно (рис. 5.5, б) величини реакцій \bar{R}_{12} і \bar{R}_{43} визначаються:

$$\bar{R}_{12} = mb \cdot \mu_F, \quad \bar{R}_{43} = md \cdot \mu_F. \quad (5.10)$$

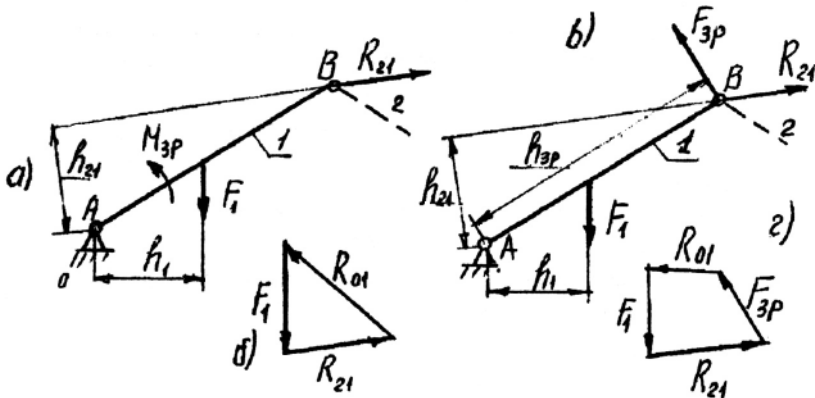
Слід виділити, що при силовому розрахунку структурної групи кривошипно-повзунного механізму, тангенційну складову реакції \bar{R}_{43}^τ визначати не потрібно, тому що напрям реакції \bar{R}_{43} відомий (реакція \bar{R}_{43} має напрям перпендикулярний руху переміщення повзуна).

Після силового розрахунку всіх груп Ассура, які входять до складу механізму, переходимо до силового розрахунку початкової ланки, тобто початкового механізму I класу.

Ведуча ланка не є групою Ассура, і не може знаходитись у рівновазі під дією прикладених сил, тому для її зрівноваження необхідно прикладати зрівноважувальний момент або силу. Величина зрівноважувальної сили або моменту залежить від способу приведення ведучої ланки у рух.

Так, якщо вал електродвигуна безпосередньо з'єднаний з валом ланки 1, то вона зрівноважується моментом; якщо обертання виконується через зубчасту або фрикційну передачу, то на ланку 1 діє зрівноважувальна сила.

Лінія дії і точка прикладення сили $\bar{F}_{зр}$ залежить від механізму приводу. Величина і напрямок зрівноважувального моменту $M_{зр}$ (рис. 5.6, а) визначається із умови рівноваги ланки 1:



исунок 5.6 - Визначення зрівноважувальних момента та сили

Р

$$-F_1 \cdot h_1 - R_{21} \cdot h_{21} + M_{зр} = 0, \text{ звідки}$$

$$M_{зр} = F_1 \cdot h_1 + R_{21} \cdot h_{21}. \quad (5.11)$$

При цьому величина реакції \bar{R}_{41} визначається за планом сил (рис. 5.6, б), який задовольняє умову

$$\bar{F}_1 + \bar{R}_{21} + \bar{R}_{41} = 0. \quad (5.12)$$

Якщо зрівноважувальний момент співпадає за напрямком з кутовою швидкістю ланки 1, то він є рухомим, а якщо проти руху – гальмом.

Якщо ланка 1 зрівноважується силою $\bar{F}_{зр}$ (рис. 5.6,в), лінія дії якої відома, то її величина визначається

$$F_{зр} = \frac{F_1 \cdot h_1 + R_{21} \cdot h_{21}}{h_{зр}}. \quad (5.13)$$

Величина реакції \bar{R}_{41} у цьому випадку також визначається із рівняння рівноваги ланки 1:

$$\bar{F}_1 + \bar{R}_{21} + \bar{F}_{зр} + \bar{R}_{41} = 0. \quad (5.14)$$

Це рівняння розв'язується графічно дивись (рис. 5.6, г).

5.5 Визначення зрівноважувальної сили за методом М.Є. Жуковського

У тих випадках, коли нема потреби робити повний силовий розрахунок механізму, в результаті якого визначаються реакції у кінематичних парах, задача зводиться тільки до визначення зрівноважуючої сили, або зрівноважуючого моменту, який прикладають до початкової ланки.

В таких випадках для знаходження зрівноважуючої сили користуються так званим методом (правилом) “жорсткого” важеля М.Є. Жуковського. Правило М.Є. Жуковського ґрунтується на використанні принципу можливих переміщень, згідно з яким, якщо на будь-яку зрівноважену механічну систему діє ряд сил, то сума елементарних робіт усіх діючих на дану систему сил на будь-яких можливих для даного її положення переміщеннях, дорівнює нулю.

М.Є. Жуковський показав, що рівновазі механізму з одним ступенем вільності відповідає рівновага деякого важеля, і запропонував спосіб побудови та навантаження такого важеля, який сформульований у наступній теоремі.

Якщо вектори всіх сил, що прикладені у різних точках ланок і зрівноважених на механізмі, перенести паралельно самим собі в однойменні точки повернутого на 90^0 проти миттєвого обертання плану швидкостей, узявши фігуру плану за жорсткий важіль, то сума моментів усіх указаних сил відносно полюса плану буде дорівнювати нулю. У математичній формі це записується так:

$$\sum_{i=1}^n M_p(\overline{F}_i) = \sum_{i=1}^n F_i \cdot h_i = 0, \quad (5.15)$$

де h_i - плече сили \overline{F}_i відносно полюса повернутого плану швидкостей.

Така геометрична інтерпретація принципу можливих переміщень дуже зручна для розв'язування задач динаміки.

Розглянемо приклад визначення зрівноважуючої сили $\overline{F}_{зр}$. за допомогою правила важеля Жуковського. Нехай нам буде задана кінематична схема кривошипно-повзунного механізму (рис. 5.7), на

ланки якого діють сили \overline{F}_1 , \overline{F}_2 , \overline{F}_3 , момент сил \overline{M}_1 і швидкість обертання кривошипу ОА дорівнює ω_1 . Зрівноважуючу силу прикладаємо до кривошипу ОА у точці А і спрямовуємо перпендикулярно до лінії ОА. Будуємо для заданого положення механізму повернутий проти миттєвого обертання на 90° план швидкостей (рис. 5.7, б) у відповідних точках якого прикладаємо сили \overline{F}_1 , \overline{F}_2 , \overline{F}_3 , $\overline{F}_{зр}$, а момент M_2 розкладаємо на пару сил $F'_2 = \frac{M}{l_{AB}}$ (на рис. 5.7 сили F'_2 показано штриховою лінією), які прикладаємо відповідно у точках а та б перпендикулярно до АВ ($ab \parallel AB$).

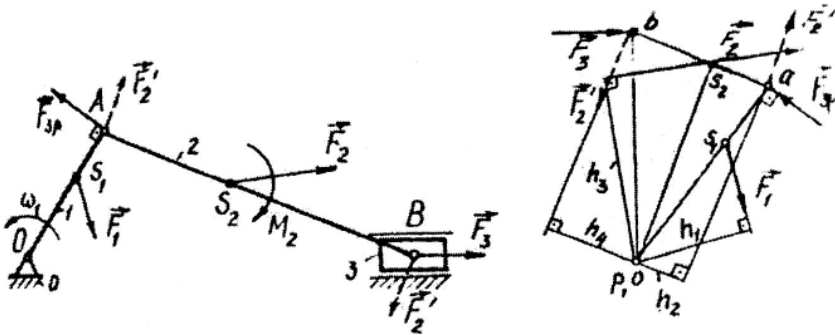


Рисунок 5.7 – Визначення зрівноважуючих сил за допомогою важеля М.С. Жуковського

Враховуючи, що під дією цих сил, включаючи зрівноважуючу силу, механізм знаходиться у рівновазі, то можна записати таке рівняння моментів усіх сил, що прикладені до повернутого плану швидкостей, який умовно вважаємо жорстким важелем.

$$\sum_{i=1}^n M_{P_0}(\overline{F}_i) = F_{зр} \cdot pa - F_1 \cdot h_1 + F'_2 \cdot h_2 - F_2 \cdot h_3 + F'_2 \cdot h_4 - F_3 \cdot pb = 0,$$

звідки маємо:

$$F_{зр} = \frac{F_1 \cdot h_1 - F'_2 \cdot h_2 + F_2 \cdot h_3 - F'_2 \cdot h_4 + F_3 \cdot pb}{pa}, \quad (5.16)$$

де h_i - плечі відповідних сил відносно полюса поверхневого плану швидкостей, мм. Зауважимо, що модуль $F_{зр}$ не залежить від того, в який бік повернути на 90^0 план швидкостей.

5.6 Зведення сил і моментів сил

При динамічному дослідженні руху механізмів зручно всі сили, що діють на різні ланки механізму, замінити однією силою або одним моментом сил, які прикладають до однієї з ланок механізму. Таку замінюючу силу називають зведеною силою, а момент – зведеним моментом. Така заміна буде еквівалентною за умови, що робота зведеної сили (момента) на деякому можливому переміщенні її точок прикладення або потужність, яку вона розвиває, має дорівнювати відповідно сумі робіт прикладених до механізму сил на тому самому переміщенні їх точок прикладення або сумі потужностей, що розвиваються цими силами.

Ланку механізму, до якої прикладають зведені сили, називають ланкою зведення, а точку їх прикладення – точка зведення. Якщо механізм має один ступінь вільності, то для вивчення його руху досить знати закон руху однієї із його ланок, тобто знати закон зміни узагальненої координати.

Як правило, ланкою зведення вибирають початкову ланку механізму. У робочих машинах ланкою зведення вибирають головний вал, у машинах-двигунах – вихідний вал. Тоді замість того, щоб розглядати всі ланки механізму або машини можна розглянути тільки одну ланку, наприклад кривошип OA (рис. 5.8), узагальнена координата якого є кут φ_1 .

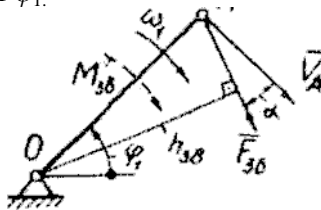


Рисунок 5.8 - До питання про зведення сил і моментів пар сил

Для визначення зведених сил зручно використовувати рівність потужностей

$$P_{3B} = \sum_{i=1}^n P_i \quad (5.17)$$

P_{3B} - потужність, яку розвиває сила $\overline{F_{3B}}$ зведений момент M_{3B} ; P_i - потужність, яку розвивають сили та моменти пар сил, які прикладені до i -ої ланки та мають бути зведені ($i = 1, 2, 3, \dots, n$). Ці потужності можна записати як

$$\left. \begin{aligned} P_{3B} &= F_{3B} V_A \cos \alpha = M_{3B} \omega_1 \\ \sum_{i=1}^n P_i &= \sum_{i=1}^n F_i V_i \cos \alpha_i + \sum_{i=1}^n M_i \omega_i \end{aligned} \right\} \quad (5.18)$$

де V_A - швидкість точки зведення А; α - кут між напрямом зведеної сили і швидкістю точки зведення; ω_1 - кутова швидкість ланки зведення; F_i , M_i , — сила або момент сили, прикладеної до i -ої ланки;

V_i - швидкість точки прикладення сили F_i ; α_i - кут між напрямом векторів F_i і V_i ; ω_i - кутова швидкість цієї самої ланки.

Розв'язуючи рівняння (5.18), отримуємо значення для F_{3B} і M_{3B}

$$\left. \begin{aligned} F_{3B} &= \frac{1}{\cos \alpha} \left[\sum_{i=1}^n F_i \frac{V_i}{V_A} \cos \alpha_i + \sum_{i=1}^n M_i \frac{\omega_i}{V_A} \right] \\ M_{3B} &= \sum_{i=1}^n F_i \frac{V_i}{\omega_1} \cos \alpha_i + \sum_{i=1}^n M_i \frac{\omega_i}{\omega_1} \end{aligned} \right\} \quad (5.19)$$

між зведеною силою та зведеним моментом сил існує такий зв'язок:

$$M_{3B} = F_{3B} \cdot h_{3B}, \quad (5.20)$$

де h_{3B} - плече вектора F_{3B} відносно центра обертання кривошипа ОА.

Зведену силу можна визначити також за допомогою правила важеля Жуковського, враховуючи, що $\overline{F_{3p}} = \overline{F_{3B}}$. Це пояснюється тим, що зведена сила змінює дію всіх сил, що діють на ланки механізму, а зрівноважуюча сила забезпечує рівновагу механізму під дією цих сил. Тому згідно з третім законом Ньютона, існує ця рівність.

Задача 5.1 На ланки кривошипно-повзунного механізму (рис.5.9,

а) діють сили F_1, F_2, F_3 і момент сил M_2 . Визначити зведений момент сил, який прикладено до кривошипа 1. План швидкостей механізму показано на рис. 5.9, б.

Розв'язання

Для розв'язання цієї задачі будемо використовувати рівність потужностей (5.17). У нашому випадку

$$P_{зв} = M_{зв}\omega_1, \quad \sum_{i=1}^n P_i = P_1 + P_2 + P_3 \quad (5.21)$$

де P_1, P_2, P_3 - потужності, які розвивають сили, що прикладені відповідно до ланок 1, 2, 3:

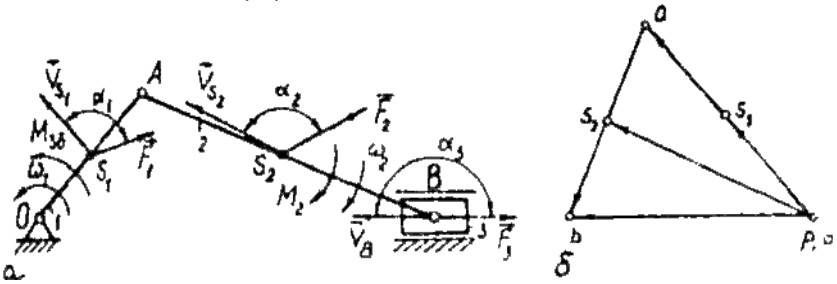


Рисунок 5.9 - Визначення зведеного момента сил кривошипно-повзунного механізму

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= F_1 V_{s_1} \cos \alpha_1 \\ P_2 &= F_2 V_{s_2} \cos \alpha_2 + M_2 \omega_2 \\ P_3 &= F_3 V_3 \cos \alpha_3 \end{aligned} \right\} \quad (5.22)$$

де V_{s_i} - швидкість точок прикладення S_i , сили F_i ; α_i - кути між векторами V_{s_i} і F_i (див. рис. 5.9, а).

Підставляючи (5.21) і (5.22) у рівняння (5.17) після відповідних перетворень знаходимо

$$M_{зв} = F_1 \frac{V_{s_1}}{\omega_1} \cos \alpha_1 + F_2 \frac{V_{s_2}}{\omega_2} \cos \alpha_2 + M_2 \frac{\omega_2}{\omega_1} - F_3 \frac{V_B}{\omega_1}, \quad (5.24)$$

тут $\alpha_3 = \pi$, а тому $\cos \alpha_3 = -1$.

5.7 Зведення мас і моментів інерції

При динамічному дослідженні руху механізмів маси і моменти інерції всіх ланок, так само як і сили, зручно замінити однією зведеною масою $m_{зв}$ або одним зведеним моментом інерції $I_{зв}$. При цьому необхідно, щоб кінетична енергія зведеної маси (момента інерції) у відповідних положеннях механізму дорівнювала сумі кінетичних енергій всіх ланок цього механізму, тобто

$$T_{зв} = \sum_{i=1}^n T_i \quad (5.25)$$

де $I_{зв}$ кінетична енергія ланки зведення; T_i - кінетична енергія i -ої ланки ($i=1, 2, 3, \dots, n$).

Якщо, наприклад, вибрати за ланку зведення кривошип ОА (рис.5.8), а за точку зведення - центр шарніра А, то кінетична енергія ланки зведення визначається за формулами

$$T_{зв} = \frac{1}{2} m_{зв} V_A^2, \quad (5.26)$$

або

$$T_{зв} = \frac{1}{2} I_{зв} \omega_1^2, \quad (5.27)$$

де $m_{зв}$ - зведена маса або зведений момент інерції механізму;

$m_{зв}$, $T_{зв}$, - швидкість точки зведення А; ω_1 - кутова швидкість ланки зведення (у нашому випадку кривошипа ОА).

Кінетична енергія всіх ланок механізму може бути виражена як сума кінетичних енергій мас, які здійснюють поступальний і обертальний рух, тобто

$$\sum_{i=1}^n T_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i V_{Si}^2 + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} I_{Si} \omega_i^2. \quad (5.28)$$

Підставляючи (5.26) - (5.28) у загальну рівність (5.25), знаходимо

$$\left. \begin{aligned} m_{36} &= \frac{2 \sum_{i=1}^n T_i}{V_A^2} = \sum_{i=1}^n m_i \left(\frac{V_{S_i}}{V_A} \right)^2 + \sum_{i=1}^n I_{S_i} \left(\frac{\omega_i}{V_A} \right)^2; \\ I_{36} &= \frac{2 \sum_{i=1}^n T_i}{\omega_1^2} = \sum_{i=1}^n m_i \left(\frac{V_{S_i}}{\omega_1} \right)^2 + \sum_{i=1}^n I_{S_i} \left(\frac{\omega_i}{\omega_1} \right)^2. \end{aligned} \right\} \quad (5.29)$$

Звичайно, буде зберігатися залежність $I_{36} = m_{36} \cdot I_{OA}^2$.

У формулах (5.28) і (5.29) m_i , і I_{S_i} , - це відповідно маса i -ої ланки та її момент інерції відносно осі, що проходить через центр мас; V_{S_i} - швидкість центра мас i -ої ланки; ω_i - її кутова швидкість.

Задача 5.2 Для механізму, кінематичну схему якого зображено на рис. 5.10, а, визначити зведений момент інерції, якщо відомі маси m_i та моменти інерції ланок I_{S_i} відносно осей, що проходять через їх центри мас. Швидкості центрів мас і кутові швидкості визначаються планом швидкостей (рис. 5.10, б). Ланкою зведення вибрати кривошип ОА.

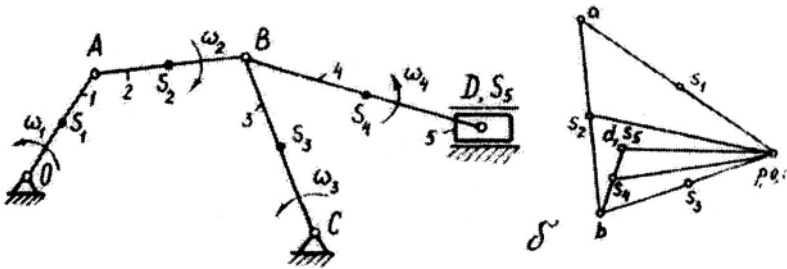


Рис.5.10 - Визначення зведеного момента інерції шестиланкового механізму

Розв'язання

Для розв'язання цієї задачі будемо використовувати умову зведення мас (5.25).

У нашому випадку кінетична енергія ланки зведення визначається залежністю (5.27), тобто $I_{36} = \frac{1}{2} I_{36} \cdot \omega_1^2$, кінетична

енергія механізму складається з кінетичної енергії п'яти ланок:

$$\sum_{i=1}^n T_i = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5, \quad (5.30)$$

$$\left. \begin{aligned} T_1 + \frac{1}{2} I_0 \omega_1^2 &= (I_{S_1} + m_1 I_{OS_1}) \frac{\omega_1^2}{2}; \\ T_2 &= \frac{1}{2} (m_2 V_{S_2}^2 + I_{S_2} \omega_2^2); \\ T_3 &= \frac{1}{2} I_C \omega_3^2 = (I_{S_3} + m_3 I_{CS_3}^2) \frac{\omega_3^2}{2}; \\ T_4 &= \frac{1}{2} (m_4 V_{S_4}^2 + I_{S_4} \omega_4^2); \\ T_5 &= \frac{1}{2} m_5 V_D^2. \end{aligned} \right\} \quad \text{де} \quad (5.31)$$

Підставивши значення кінетичної енергії ланок (див. (5.30) і (5.31)) у залежність (5.25) і після відповідних перетворень дістанемо залежність для знаходження зведеного момента інерції механізму:

$$\begin{aligned} I_{\Sigma} = & I_{S_1} + m_1 I_{OS_1}^2 + m_2 \left(\frac{V_{S_2}}{\omega_1} \right)^2 + I_{S_2} \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 + (I_{S_3} + m_3 I_{CS_3}^2) \left(\frac{\omega_3}{\omega_1} \right)^2 + \\ & + m_4 \left(\frac{V_{S_4}}{\omega_1} \right)^2 + I_{S_4} \left(\frac{\omega_4}{\omega_1} \right)^2 + m_5 \left(\frac{V_D}{\omega_1} \right)^2. \end{aligned} \quad (5.32)$$

5.8 Рівняння руху машини

Вивчаючи рух механізму, ми звичайно припускали, що початкова ланка (головний вал машини) обертається із сталою кутовою швидкістю ($\omega_1 = \text{const}$). Цей закон руху можна отримати тільки в тих випадках, коли структура механізму проста, наприклад у механізмах, що складаються тільки з обертальних ланок. Для

здійснення такого руху потрібні цілком певні співвідношення між силами, що діють на механізм, і масами його ланок. Але закон зміни сил залежить від їх фізичної природи й до структури механізму відношення не має. Тому, взагалі кажучи, не можна встановити між силами, що діють на механізм, таке співвідношення, яке б забезпечило заданий закон його руху.

Визначення закону руху механізму, що перебуває під дією прикладених до його ланок сил, і є задачею динамічного аналізу. Для механізму, що має один ступінь вільності, цю задачу можна вважати розв'язаною, коли буде встановлено закон руху однієї ланки. Звичайно за таку ланку вибирають вхідний вал робочої машини або вихідний вал двигуна. До цієї ланки, що приймається за ланку зведення, доцільно звести всі сили й моменти нар сил, прикладених до механізму, та маси і моменти інерції його ланок. Тоді замість розглядання всього комплексу сил, що діють на ланки механізму, можна розглядати сили, що діють лише на одну ланку - ланку зведення, наприклад кривошип ОА (5.8), що перебуватиме під дією зведеної сили \bar{F}_{36} або зведеного моменту M_{36} (у загальному випадку змінних) матиме зведену масу m_{36} , зосереджену ніби в точці А зведення, або зведений момент інерції I_{36} , який наданий ланці зведення ОА. Закон руху всіх інших ланок механізму можна визначити, знаючи закон руху початкової ланки.

Для розв'язання цієї задачі (знаходження закону руху початкової ланки механізму) використовують рівняння руху, яке може бути записане в енергетичній або в диференціальній формі. Основою для складання рівняння руху механізму (використання енергетичної форми) служить теорема про зміну кінетичної енергії, згідно з якою зміна кінетичної енергії механічної системи за будь-який проміжок часу дорівнює сумі робіт усіх прикладених сил, що діють на цю систему протягом цього самого проміжку часу, тобто

$$\Delta T = T - T_0 = \sum_{i=1}^n A_i, \quad (5.33)$$

де $T = \frac{1}{2} m_{36} \cdot V_{36}^2$, $T_0 = \frac{1}{2} m_{36.0} \cdot V_{36.0}^2$, - кінетична енергія механічної системи відповідно в кінці та на початку проміжку часу, який

розглядаємо; $m_{зв}$, $m_{зв.0}$ — зведені маси механізму відповідно в кінці та на початку проміжку часу, який розглядаємо; $V_{зв}$, $V_{зв.0}$ — швидкості точки зведення, які відповідають цим положенням механізму; $\sum_{i=1}^n A_i$ — сума робіт усіх прикладених до системи сил.

Розглядаючи механізм або машину як змінну систему, праву частину рівняння (5.33) можна виразити через суму робіт рушійних сил A_p , корисних $A_{ко}$ і шкідливих $A_{шо}$ опорів

$$\sum_{i=1}^n A_i = A_p + A_{ко} + A_{шо}. \quad (5.34)$$

Крім цього, якщо звести всі сили та маси до вибраної ланки зведення, то рівняння (5.33) з врахуванням (5.34) можна записати так:

$$\frac{m_{зв} \cdot V_{зв}^2}{2} - \frac{m_{зв.0} \cdot V_{зв.0}^2}{2} = A_p - A_{ко} - A_{шо} \quad (5.35)$$

При обертальному русі ланки зведення рівняння (5.35) можна записати у такому вигляді:

$$\frac{I_{зв} \omega^2}{2} - \frac{I_{зв.0} \omega_0^2}{2} = A_p - A_{ко} - A_{шо}, \quad (5.36)$$

де $I_{зв}$, $I_{зв.0}$ — зведені моменти інерції механізму; ω і ω_0 — кутові швидкості відповідно в кінці та на початку проміжку часу, який розглядаємо.

Теорема про змінну кінетичної енергії, записана у вигляді рівняння (5.35) або (5.36), носить назву рівняння руху механізму в енергетичній формі (у формі інтеграла енергії).

Враховуючи, що роботу зведених рушійних сил та сил опору можна виразити через зведений момент $M_{зв} = M_p - M_0$ рушійних сил і сил опору, який прикладено до ланки зведення,

$$\sum_{i=1}^n A_i = \int_{\phi_0}^{\phi} M_{\text{зв}} d\phi, \quad (5.37)$$

рівняння (5.36) набирає вигляду

$$\frac{I_{\text{зв}} \omega^2}{2} - \frac{I_{\text{зв},0} \omega_0^2}{2} = \int_{\phi_0}^{\phi} M_{\text{зв}} d\phi, \quad (5.38)$$

де ϕ - узагальнена координата (кут повороту ланки зведення); ϕ_0 - значення кута ϕ на початку руху.

5.9 Режим руху механізму

У роботі механізму (або машини) розрізняють три характерні періоди (режими) руху: а) розбігу; б) усталеного руху; в) вибігу. У період розбігу (пуску машини) швидкість руху початкової ланки зростає від нуля ($V_0 = 0$) до деякої середньої (робочої) швидкості ($V = V_p$). Рівняння руху механізму (5.35) набирає вигляду

$$\frac{m_{\text{зв}} V_p^2}{2} = A_p - A_{\text{ко}} - A_{\text{шо}}.$$

Враховуючи, що $m_{\text{зв}} V_p^2 > 0$, для періоду пуску механізму вважаємо справедливою таку нерівність:

$$A_p > A_{\text{ко}} + A_{\text{шо}}. \quad (5.39)$$

З цього випливає, що у період пуску механізму робота рушійних сил повинна бути більше за суму робіт сил опору (корисних і шкідливих). Надлишок роботи A_p затрачується на збільшення кінетичної енергії механізму, тобто збільшення швидкості рухомих мас.

Часто для скорочення часу пуску машини знімають з неї корисне навантаження ($A_{\text{ко}} = 0$). Рух машини без корисного

навантаження називають холостим ходом машини.

При усталеному русі машини швидкість початкової ланки (головного вала) механізму або машини коливається навколо середнього значення, яке відповідає робочій швидкості цієї ланки. Проміжок часу, по закінченні якого положення, швидкості та прискорення початкової ланки механізму набувають початкового значення, називають періодом зміни кінетичної енергії механізму, або циклом $t_{\text{ц}}$ усталеного руху.

Швидкості початкової ланки на початку та в кінці циклу усталеного руху рівні між собою ($V_0 = V = V_p$). Тоді рівняння (5.35) набирає вигляду:

$$A_p = A_{\text{ко}} + A_{\text{шо}}. \quad (5.40)$$

Отже, при усталеному русі механізму (машини) робота рушійних сил за один цикл дорівнює сумі робіт сил корисного та шкідливого опору. У середині циклу ця рівність може не збігатися, а тому маємо коливання швидкості початкової ланки механізму. Очевидно, коли $A_p > A_0$, рух механізму буде прискорений і, навпаки, коли $A_p < A_0$ - сповільнений ($A_0 = A_{\text{ко}} + A_{\text{шо}}$) тому в обох випадках умова $V_p = \text{const}$ буде порушена.

При вибігу (зупинці) машини перш за все, треба зупинити подавання рушійної енергії машини, тобто $A_p = 0$ (відключити двигун). Кінцевим станом машини буде спокій, при якому швидкість початкової ланки $V = 0$, а початкова швидкість $V_0 = V_p$. Для цього випадку рівняння руху машини набирає вигляду

$$\frac{m_{\text{зв}} V_p^2}{2} = A_{\text{ко}} + A_{\text{шо}}. \quad (5.41)$$

З рівняння (5.41) видно, що зупинка машини буде досягнута лише тоді, коли вся нагромаджена машиною кінетична енергія рухомих мас буде поглинута роботою сил корисного та шкідливого опору. На практиці для скорочення часу зупинки машини дуже часто штучно збільшують роботу сил шкідливого опору за допомогою установалення гальм.

Таким чином, у період розбігу кінетична енергія машини збільшується за рахунок надлишку роботи рушійних сил над роботою сил опору ($A_p > A_0$); у період усталеного руху кінетична енергія на

початку та в кінці кожного циклу (періоду) однакова; нарешті, у період вибігу кінетична енергія машини повністю поглинається роботою всіх сил опору.

На рис.5.11 показано приклад залежності швидкості руху початкової ланки механізму від часу t .

Час усталеного руху t_{yp} залежить від часу одного циклу t_u і кількості циклів k ($t_{yp} = kt_u$). Кількість циклів визначається технологічним процесом, який виконує машина.

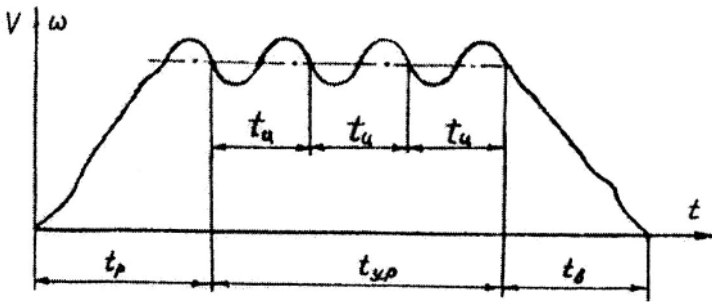


Рисунок 5.11 - Приклад діаграми швидкості руху початкової ланки механізму за час роботи машини

Слід визначити, що цикл роботи механізму (машини) не завжди відповідає одному оберту початкової ланки. Так, наприклад, у чотиритактному двигуні внутрішнього згорання протягом циклу корінний вал (початкова ланка) двигуна робить два оберти.

Багато машин, механізмів і приладів (вантажопідйомні машини, екскаватори, реле, контактори тощо) не працюють у режимі усталеного руху, їх рух, як правило, складається з розбігу та вибігу.

5.10 Механічний коефіцієнт корисної дії

З рівняння руху механізму для періоду усталеного руху видно, що $A_0 = A_{ко} + A_{шв}$. Тобто вся енергія рушійних сил, яка витрачається у машині, поділяється на дві частини: одна частина йде на перемагання сил виробничих (корисних) опорів, а друга - на перемагання

шкідливих опорів (сил тертя, опору середовища). Машина (механізм) вважається тим досконалішою, чим більша частина енергії (за рівних інших умов), що підводяться до неї, йде на перемагання корисних опорів. Ефективність використання енергії в машині характеризується так званим механічним ККД (коефіцієнт корисної дії).

Механічним ККД η називають відношення роботи сил корисного опору до роботи рушійних сил за цикл усталеного руху, тобто

$$\eta = \frac{A_{ко}}{A_p} < 1 \quad (5.42)$$

У реальних машинах механічний ККД завжди менший за одиницю. Це пояснюється тим, що робота сил корисного опору завжди менша, ніж робота рушійних сил. Дійсно, з рівняння руху (5.40) видно, що $A_{ко} = A_p - A_{шо}$, а оскільки робота сил шкідливого опору $A_{шо} \neq 0$, то

$$A_{ко} < A_p \quad i \quad \eta < 1.$$

Механічний ККД може дорівнювати нулю, якщо робота рушійних сил дорівнює роботі всіх невинних опорів, які є у механізмі. За такої умови рух механізмів можливий, але без виконання будь-якої корисної роботи. Такий рух механізму звичайно називають рухом в холосту. ККД не може бути менше від нуля, оскільки для

цього треба, щоб відношення робіт $\frac{A_{шо}}{A_p} > 1$ або $A_{шо} > A_p$. У таких

випадках настає явище самогальмування машини або механізму. Отже, ККД машини або механізму може змінюватись у межах

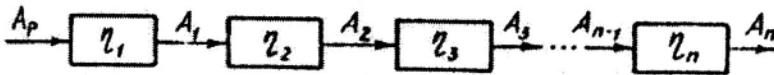
$$0 \leq \eta \leq 1 \quad (5.43)$$

Для кожної машини існує деяка найвигідніша швидкість, при якій її ККД досягає максимального значення. Найбільш високий ККД мають механізми і машини з чисто обертальним рухом ланок - ротаційні машини. Машини зі зворотно-поступальним рухом ланок - поршневі машини, механізми періодичної дії - мають частіше всього низькі ККД через несприятливу дію динамічних сил (сил інерції).

Як правило, сучасні машини складаються з багатьох механізмів, ККД яких відомі або їх можна порівняно легко знайти. Проте загальний ККД машини залежить не тільки від ККД окремих механізмів, що входять до її складу, але від способу з'єднання цих механізмів у машині. Розрізняють три способи з'єднання цих механізмів у машині: послідовне, паралельне та змішане.

Послідовне з'єднання механізмів. Нехай маємо машину, яка складається з n послідовно з'єднаних механізмів (рис.5.12), кожний із яких має відповідно ККД $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n$. Загальний ККД машини

$$\eta_{\text{заг}} = \frac{A_{\text{ко}}}{A_p} = \frac{A_n}{A_p} \quad (5.44)$$



Рису

нок 5.12 - Схема послідовного з'єднання механізмів у машині

перший механізм приводиться у рух рушійними силами, що виконують роботу A_p . Оскільки корисна робота A_1 першого механізму буде роботою рушійних сил для другого механізму і відповідно у всьому ланцюгу механізмів корисна робота кожного попереднього механізму буде роботою рушійних сил для кожного наступного механізму, то ККД кожного механізму

$$\eta_1 = \frac{A_1}{A_p}; \quad \eta_2 = \frac{A_2}{A_1}; \quad \eta_3 = \frac{A_3}{A_2}; \dots; \quad \eta_n = \frac{A_n}{A_{n-1}}. \quad (5.45)$$

Якщо перемножити між собою ліві та праві частини рівняння (5.45), то дістанемо:

$$\eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \dots \cdot \eta_n = \frac{A_1}{A_p} \cdot \frac{A_2}{A_1} \cdot \frac{A_3}{A_2} \cdot \dots \cdot \frac{A_n}{A_{n-1}} = \frac{A_n}{A_p} = \eta_{\text{заг}}.$$

Отже загальний механічний ККД послідовно сполучених механізмів (машин) дорівнює добуткові механічних ККД окремих механізмів (машин), що утворюють одну машину (або машинний агрегат), тобто

$$\eta_{\text{заг}} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \dots \cdot \eta_m \quad (5.46)$$

З формули (5.46) видно, що чим складніша машина, тим більші втрати енергії і тим нижчий ККД. Причому загальний ККД машини при послідовному з'єднанні механізмів завжди менший від найменшого ККД механізмів, які входять до його складу ($\eta_{заг} < \eta_{\min}$). Це свідчить про те, що при послідовному з'єднанні механізмів необхідно дуже старанно виконувати кожний механізм, кожний вузол машини, інакше не можна досягти високого ККД машини.

Паралельне з'єднання механізмів. На рис. 5.13 показано схему машини з паралельним з'єднанням механізмів. Робота рушійних сил A_p , яка підводиться до машини, розподіляється між окремими механізмами відповідно $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, які є для кожного механізму рушійними силами, а значить,

$$A_p = A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n = \sum_{i=1}^n A_i. \quad (5.47)$$

Кожний механізм відповідно виконує корисну роботу

$$A'_1 = A_1 \eta_1; \quad A'_2 = A_2 \eta_2; \quad A'_3 = A_3 \eta_3; \quad \dots; \quad A'_n = A_n \eta_n, \quad (5.48)$$

де η_i - ККД i -го механізму.

Загальна корисна робота всієї машини дорівнює сумі корисних робіт усіх механізмів, тобто

$$A_{ко} = A'_1 + A'_2 + A'_3 + \dots + A'_n = A_1 \eta_1 + A_2 \eta_2 + A_3 \eta_3 + \dots + A_n \eta_n = \sum_{i=1}^n A_i \eta_i, \quad (5.49)$$

тоді на основі (5.42) загальний ККД машини при паралельному з'єднанні механізмів має вигляд

$$\eta_{заг} = \frac{A_{ко}}{A_p} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i \eta_i}{\sum_{i=1}^n A_i} = \frac{A_1 \eta_1 + A_2 \eta_2 + A_3 \eta_3 + \dots + A_n \eta_n}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n}. \quad (5.50)$$

З формули (5.50) випливає, що механічний ККД машини при паралельному з'єднанні механізмів залежить не тільки від ККД окремих механізмів, а й від характеру розподілу роботи рушійних сил між механізмами. Очевидно, чим більша частина всієї затраченої роботи надходить в механізмі із найбільшим ККД тим ККД усієї машини буде більшим, і, навпаки, ККД машини буде тим меншим,

чим більша частина A_p буде надходити в механізм із найменшим ККД.

Якщо механізми з'єднані паралельно, $\eta_{заг}$ не може бути меншим від найменшого і більшим від найбільшого ККД складових механізмів ($\eta_{\min} \leq \eta_{заг} \leq \eta_{\max}$) і, отже, низький ККД одного механізму виявляє менший вплив на ККД машини, ніж при послідовному з'єднанні механізмів.

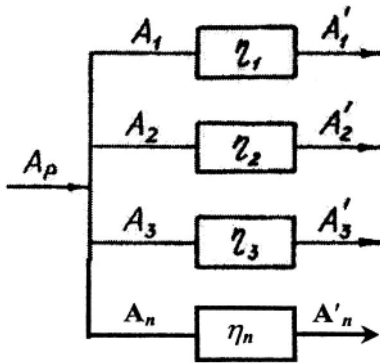


Рисунок 5.13 - Схема паралельного з'єднання механізмів у машині

При складному (змішаному) з'єднанні механізмів для визначення загального ККД машини користуються загальною формулою (5.42). Остаточні формули ККД залежать від схеми сполучення механізмів, у якій завжди можна виділити послідовні та паралельні ланцюги з'єднаних між собою механізмів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Артоболовський І.І. Теорія механізмів і машин. М. 1977, -640 с.
2. Заблонський К.І. і інші. Прикладна механіка. - Київ, вища школа, 1984, -280 с.
3. Чернілевський Д.В., Кіницький Я.Т., Панов С.Л. Технічна механіка. Книга 3. Основи теорії машин та механізмів. Київ, 1992, -167 с.