МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ

Національний університет «Запорізька політехніка»

Кафедра МіТЛВ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до лабораторних робіт

з дисциплін

« Моделювання та оптимізація технічних систем та процесів»,

«Теорія технічних систем»

для студентів освітнього ступеня бакалавр за спеціальностями 136 «Металургія», освітньої програми «Ливарне виробництво чорних та кольорових металів та сплавів» та 131 «Прикладна механіка», освітньої програми «Обладнання та технології ливарного виробництва»

Запоріжжя, 2019

Методичні вказівки до лабораторних робіт з дисциплін «Моделювання та оптимізація технічних систем та процесів»,«Теорія технічних систем» для студентів освітнього ступеня бакалавр за спеціальностями 136 «Металургія», освітньої програми «Ливарне виробництво чорних та кольорових металів та сплавів» та 131 «Прикладна механіка», освітньої програми «Обладнання та технології ливарного виробництва» / Укл.:А.В.Пархоменко, Я.А.Василевська – Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2019. - 53 с.

Укладачі: А.В.Пархоменко, доцент, к.т.н.
Я.А.Василевська, асистент, зав. лабораторії

Рецензент: А.В. Пархоменко, доцент, к.т.н., каф. ПЗ

Відповідальний
за випуск: В.В.Луньов професор, д.т.н.

Затверджено
на засіданні кафедри
МіТЛВ
Протокол №2
від “26” _жовтня 2019 р.

Рекомендовано до видання НМК ІФФ
Протокол №
від “__” _______ 2019 р.

ЗМІСТ

ВСТУП

Науково-технічний прогрес в ливарному виробництві спрямований на побудову такого виробничого процесу, при якому висока якість відливків сполучаться з оптимальними трудовими, матеріальними та енергетичними витратами.

Практично в кожному конкретному випадку для вирішення цих задач необхідні, детальне вивчення технологічного процесу з метою отримання вірогідної та повної інформації по всім його елементам, глибокий аналіз отриманих даних, прогнозування, експериментування та наукове обґрунтування можливих рішень.

Очевидно, що вивчення реальних об'єктів технологічного процесу в ливарному виробництві, а також проведення на них експериментальних робіт дуже трудомістке, потребує значних матеріальних витрат, а в ряді випадків і просто неможливе. Тому в останні роки широке розповсюдження має такий метод наукового дослідження, як математичне моделювання, коли алгоритм розрахунку необхідних значень технологічних параметрів висловлюють у вигляді математичних моделей, які являють собою систему рівнянь, зв'язуючих вхідні та вихідні характеристики процесу.

Параметри технологічного процесу, його властивості, структура обумовлюють використання того чи іншого математичного апарата при його моделюванні. Відповідно х моделі будуть мати різний вигляд, для визначення якого існуй наступна класифікація моделей:

- в залежності від характеру поведінки систем моделі можуть бути детерміновані або статистичні;
- в залежності від інтенсивності зміни процесів в часі розрізняють моделі статичні та динамічні;
- в залежності від виду рівняння, зв'язуючого залежні та незалежні змінні, моделі можуть бути лінійні і нелінійні;
- в залежності від того, як визначається вихідна змінна: для любого значення вхідної змінної або тільки для означених значень, моделі можуть бути неперервні або дискретні;
- в залежності від просторової структури системи розрізнюють моделі із скупченими або розподіленими параметрами;
- в залежності від призначення моделі можуть бути інформаційні, оптимізаційні і управління;
- в залежності від способу отримання моделі можуть бути теоре-

тичні, експериментальні та евристичні.

Детерміновані моделі використовують, коди про процес, який відбувається в системі, є повні і вірогідні знання, тоді математичну модель можна подати у вигляді рівнянь, що описують фізичні або фізико-хімічні закони.

Статистичні моделі використовують, якщо про характер процесу, який відбувається в системі, немає повних знань, тоді реєструються тільки вхідні та вихідні характеристики процесу, а потім по зібраній таким чином інформації методами математичної статистики утворюються залежності вихідних параметрів від вхідних факторів.

Детерміновані або статистичні моделі потім використовують для інформації при вивченні взаємного впливу факторів на вихідні характеристики, для оптимізації при пошуку оптимальних умов течії процесу, а також для управління процесом та прогнозування його поведінки при введенні нових факторів. Математичні моделі забезпечують широке використання в ливарному виробництві обчислювальної та керуючої техніки.

При моделюванні складних технологічних систем та процесів звичайно використовують системний підхід до їх дослідження та опису. Він ґрунтується на декомпозиції складної системи на більш прості підсистеми, які взаємодіють між собою, роздрібним вивченням їх структури та функцій, опису підсистем за допомогою математичних залежностей і послідовному синтезі отриманих відомостей. При цьому враховується з’ясована ієрархія підпроцесів по масштабам області дії, просторове розташування та часова послідовність.

Дійсні методичні вказівки до лабораторних робіт охоплюють декотрі питання математичного моделювання та оптимізації. Мета лабораторних робіт – навчити студентів методам побудови математичних моделей та придбати навички їх реалізації на ЕОМ. В методичних вказівках по кожній лабораторній роботі приведені стислі теоретичні відомості, рекомендації по побудові алгоритмів, надається опис послідовності виконання робіт.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № I

РОЗРОБКА ТА АНАЛІЗ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ОПЕРАЦІЙ ЛИВАРНОГО ВИРОБНИЦТВА

Мета роботи: для заданої технологічної операції ливарного виробництва розробити модель технічної системи, описати вхідні, внутрішні та вихідні параметри, їх взаємозв'язок, скласти систему рівнянь, призначити обмеження та проаналізувати технічну систему.

1.1 Теоретична частина

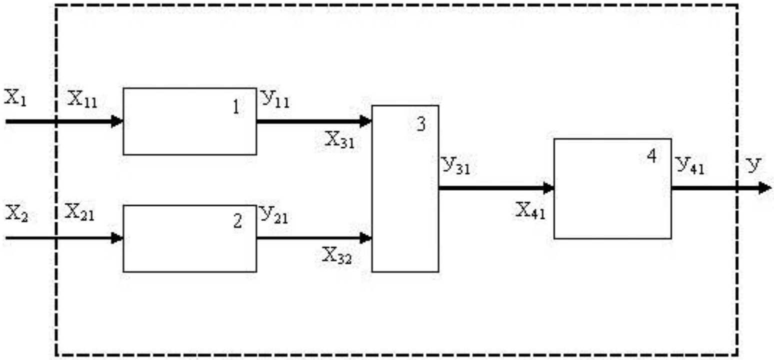
Промислова технічна система – це упорядкована множина об'єктів з цілком певними зв'язками між ними та певною доцільністю (ливниково-живляча система, технологічна операція або процес, пресформа, формувальна лінія, ливарна дільниця або цех і т.і.).

Технічна система може складатися з окремих підсистем (ливарний цех складається з окремих ділянок: плавильно-заливальний, формувальний, обрубний і т.і.). В свою чергу підсистеми складаються з окремих елементів і т.і. Таким чином діє блочно-ієрархічна система проектування технічних об'єктів або технологічних процесів. Це зменшує навантаження на окремо взятого проектувальника, але позбавляє його загального уявлення про технічну систему.

Структурне об'єднання підсистеми в систему забезпечується зв'язками між підсистемами. Технічна система може бути усвідомлена в вигляді моделі (рис. 1.1), де кожний блок має зовнішній вплив-фактор X_{ij} та вихідний параметр-відгук Y_{ij} (де i – номер блоку; j – номер впливу-відгуку).

Технічна система в цілому теж відчуває впливи X_n (n=1,2,3,…) і реагує на них відгуками Y_m (m=1,2,3,…). Відгук одного з блоків може бути впливом на другий блок ($Y_{11}(\tau) = X_{31}(\tau)$, де τ – час).

Впливи та відгуки технічної системи повинні відображати реальні процеси в дійсній системі. Рух інформаційних потоків в моделі технічної системи повинен повторювати процеси в реальному об'єкті.



1, 2, 3, 4 – елементи (блоки-підсистеми) системи

Рисунок 1.1 – Модель технічної системи

Якщо кожен блок системи описаний рівнянням, то можна записати систему рівнянь:

$$\begin{cases} Y_{11} = f_1\left(X_{11}\right) \\ Y_{21} = f_2\left(X_{21}\right) \\ Y_{31} = f_3\left(X_{31}, X_{32}\right) = f_3\left(Y_{11}, Y_{21}\right) \\ Y_{41} = f_4\left(X_{41}\right) = f_4\left(Y_{31}\right) = Y \end{cases} \tag{1.1}$$

Машинний аналіз системи рівнянь можна побудувати на двох принципах:

I – об’єднати відгуки всієї системи в систему рівнянь та розв’язати її за допомогою ЕОМ;

II – розрахувати відгук Y_{11} в залежності від відомого впливу X_{11} (блок 1);

- те ж зробити для другого блоку;
- за вже відомими Y_{11} та Y_{21} розрахувати Y_{31} для блоку 3;
- те ж зробити з відгуком блоку 4, котрий і буде відгуком всієї системи.

Перший принцип – це класичний машинний аналіз, другий зветься імітаційним . Останній має перевагу в тому, що кожний окремий блок можна по різному описати (емпіричні формули, алгебраїчні рівняння і т.і.).

1.2 Приклад розробки моделі технічної системи

Розробити модель технічної системи для технологічної операції – плавка СЧ15 в кислій індукційній печі ІЧТ-6. Розглянемо систему з трьох блоків: 1 – підготовка шихтових матеріалів та їх розрахунок; 2 – дозування і зважування матеріалів; 3 – плавка СЧ15 (рисунок 1.2).

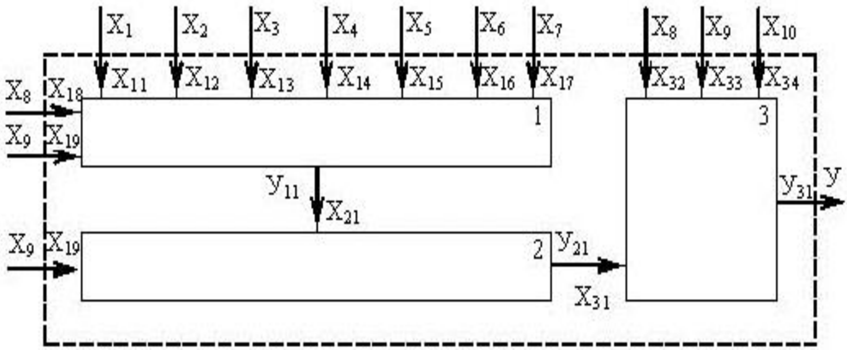


Рисунок 1.2 – Модель технічної системи процесу плавки сірого чавуну СЧ15 в індукційній печі ІЧТ-6

Впливами та відгуками системи будуть:

X_1 - первісний ливарний чавун ЛК1 (ДЕСТ

X_2 - переробний чавун М1 (ДЕСТ 805-69);

X_3 - чавунний брухт А7 (ДЕСТ 2787-63);

X_4 - сталевий брухт А1 (ДЕСТ 2787-63);

X_5 - вороття власного виробництва;

X_6 - феромарганець Мн5 (ДЕСТ 5165-49);

X_7 - феросиліцій ФС65 (ДЕСТ 1415-70);

X_8 - шлакоутворювачі (бій скла, пісок);

X_9 - електроенергія;

X_{10} - вода;

$Y = Y_{31} = N$ - річна потреба СЧ15, т;

П – продуктивність обладнання, т/р;

Ф – річний фонд часу, год.;

Т – трудомісткість, нормо/год;

$Y_{11} = Y_{21}$ - річна витрата шихти, т;

Е – безповоротні збитки СЧ15, %.

Система рівнянь буде мати такий вигляд:

$$\begin{cases} Y_{11} = Y_{21} = F\left(X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14}, X_{15}, X_{16}, X_{17}, X_{18}, X_{19}, X_{22}\right) \\ Y = Y_{31} = F\left(Y_{21}, Y_{32}, Y_{33}, Y_{34}\right) \\ \Pi_i = \left(N \cdot K_{н.р.}\right) \Big/ \left(\Pi \cdot \Phi\right) \\ T = \sum\limits_{i=1} T_i \\ X_9 = \sum\limits_{i=1} X_{9_i} \end{cases}$$

До цієї системи рівнянь треба додати наступні обмеження:

а) хімічний склад СЧ повинен бути згідно з ДЕСТ 1412-88 таким, %: 3,7 ≥ C ≥ 3,5; 2,4 ≥ Si ≥ 2,0; 0,8 ≥ Mn ≥ 0,5; P ≤ 0,3; S ≤ 0,15;

б) первісні чавуни X_1 та X_2 в сумі не повинні перевищувати 30%, тобто ($X_1 + X_2$) ≤ 30%;

в) вороття власного виробництва чавунного литва має бути по виробничим показникам не більше 30…40 % (X_5 ≤ (30…40 %)).

Таким чином, система рівнянь вкупі з обмеженнями, в загальному вигляді, являють собою інформаційну математичну модель технологічної операції – плавка ливарного сплаву.

1.3 Порядок виконання роботи

1.3.1 Одержати у викладача завдання.
1.3.2 Розробити модель технічної системи.
1.3.3 Описати впливи та відгуки системи та залежності між ними.
1.3.4 Записати систему рівнянь та обмеження.
1.3.5 Проаналізувати технічну систему, зробити висновки.

1.4 Зміст звіту

Реферативно описати послідовність розробки моделей технічних систем. Виконати вимоги розділу 1.3.

1.5 Контрольні запитання

1.5.1 Визначення промислової технічної системи.
1.5.2 Класифікація технічних систем.
1.5.3 Структура технічної системи.
1.5.4 Впливи та відгуки технічної системи.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2

ПОБУДОВА ДЕТЕРМІНОВАНОЇ МОДЕЛІ

Мета роботи – засвоєння методики побудови детермінованої моделі, придбання навичок розробки алгоритму рішення інженерних задач.

2.1 Теоретична частина

В основі детермінованих моделей ливарних технологічних процесів лежать фізичні закони тепло- і масопереносу, термодинаміки, гідродинаміки, кінетики хімічних та фазових перетворень і т.і. Відповідним чином ці моделі використовують рівняння, які описують ці закони.

Успіх створення адекватної математичної моделі для конкретного технологічного процесу в вагомій мірі визначається, з однієї сторони, вірним розкриттям механізму цього процесу та структури його взаємозв'язків, з другої сторони, - вірогідним описом закономірностей елементарних підпроцесів. Незважаючи на істотну різниш у вмісті конкретних задач, процес вирішення кожної з них вимагав виконання обумовлених етапів, зв'язаних з фізичним та математичним формуванням задачі, вибором методу її рішення, розробкою алгоритму і т.і. Послідовність виконання цих етапів дозволяв успішно долати труднощі які виникають при побудові математичної моделі.

Основні етапи роботи при вирішенні задач створення детермінованих моделей приведені на рис. 2.І.

Першим етапом роботи є постановка задачі (блок 1), яка включає формулювання завдання на основі аналізу початкових даних про систему та її вивченість.

Наступним етапом роботи (блок 2) є побудова фізичної моделі. При виконанні цього етапу необхідно з'ясувати всі фактори, які чинять істотний вплив на течію технологічного процесу. Потім необхідно розглянути процес з боку зору, чи є він єдиним, функціонально завершеним елементарним фізичним явищем. Якщо ні, то весь технологічний процес необхідно розділити на такі елементарні явища (теплообмін, масообмін, хімічна реакція, фазове перетворення і т.і.), які не підлягають подальшому розкладу на підпроцеси при даному розгляданні системи.

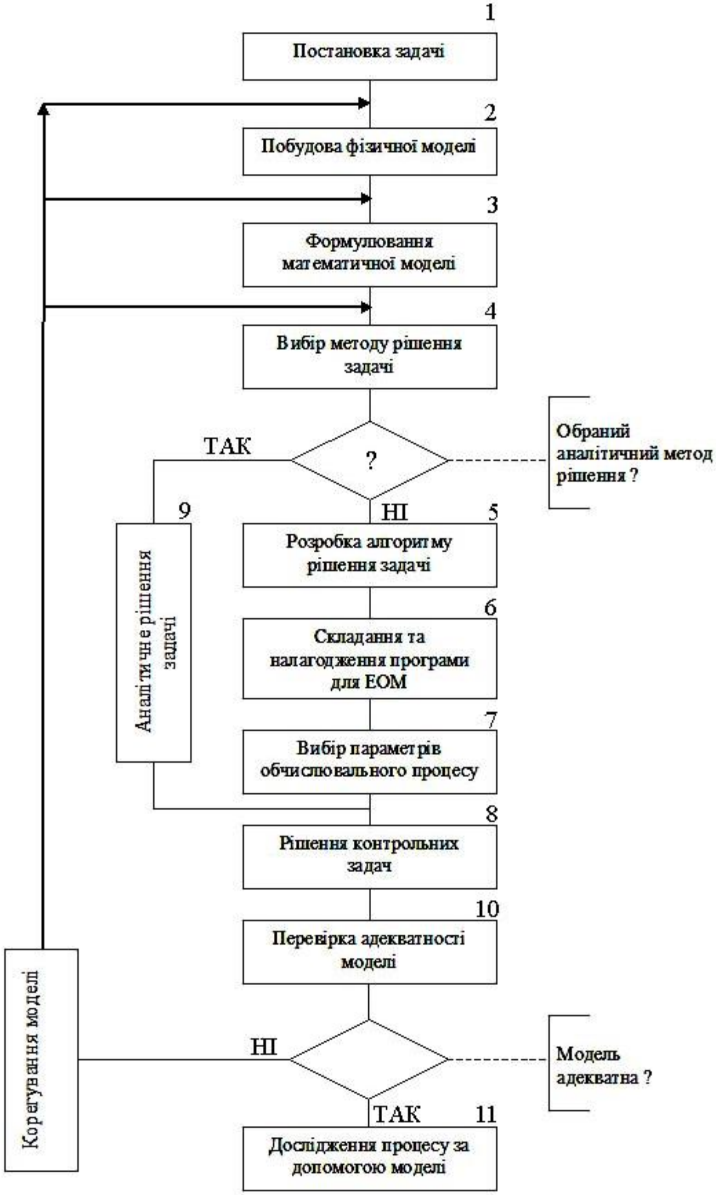


Рисунок 2.1 – Етапи розробки детермінованої моделі

Кожне елементарне явище повинне відповідати одному з фундаментальних законів фізики: зберігання енергії, маси і т.і. – початковими фізичними моделями в ливарному виробництві, як правило, є рівняння балансів енергії або маси. Потім необхідно розглянути, з допомогою яких законів можна описати обидві сторони рівняння балансів: законів передачі тепла теплопровідністю, конвекцією, випромінюванням і т.і. або законів, що описують дифузію, кінетику хімічних реакцій, рух потоків речовини і т.і. Вибором фізичних або фізико-хімічних законів, що описують елементарні процеси і завершується другий етап.

Запис рівняння балансу га допомогою математичних символів – наступний етап (блок 3). Він складається з математичного опису елементарних фізичних процесів, внаслідок отримаємо первісну математичну модель. Якщо деякі фактори описуються дуже складними законами або зовсім невідомі, первісна математична модель може мати емпіричні залежності, отримані експериментально.

При виконанні наступного етапу (блок 4) необхідно вибрати метод рішення задачі:аналітичний або чисельний. Якщо відомі та сталі всі коефіцієнти і фактори, які входять до рівняння балансу, і рівняння вирішується у загальному вигляді, приймають аналітичний метод. Якщо рівняння не має рішення в загальному вигляді або коефіцієнти та фактори, які входять в нього, не сталі і залежать від вихідного параметру, то приймають чисельний метод. При ньому необхідно задати початкові умови і прийняти метод обчислювання похідної (Ейлера, Ейлера-Коші, Рунге-Кутта).

Етап завершується описом кінцевої розрахункової формули обчислення вихідного параметру для вибраного аналітичного або чисельного методів.

Якщо вибраний чисельний метод, необхідно розробити алгоритм рішення задачі (блок 5). Алгоритм зазначає послідовність виконання операцій, які витікають із математичного опису задачі і приводять до отримання кінцевого результату. Вій значно полегшує написання програми на мові програмування.

Наступний етап - складання та налагодження програми для ЕОМ (блок 6).

Для проведення розрахунків чисельним інтегруванням необхідно вибрати величину кроку (блок 7), щоб похибка, яка вноситься чисельним методом, не перевершувала 0,5%.

Після цього проводиться серія розрахунків на моделі (блок 8).

Якщо обраний аналітичний метод рішення задачі, то аналітичний вираз або програма, введена в ЕОМ (блок 9) мають другу форму моделі, яка може бути використана для опису процесу.

Для проведення наступного етапу перевірки адекватності моделі (блок 10) необхідно зібрати експериментальні дані про значення вхідних та вихідних змінних, які входять в склад моделі, і порівняти їх з результатами контрольних розрахунків.

Якщо розраховані за допомого» моделі характеристики співпадають, з наперед заданою степеню точності, з експериментальними характеристиками, отриманими на реальному процесі, модель є адекватною і може бути використана для вивчення процесу (блок 11).

Заперечний результат перевірки адекватності моделі свідчить про її недостатню точність і може бути слідством набору різних причин. Такими можуть бути: неточність фізичної та математичної моделей, алгоритму, невірно обраний метод вирішення, обчислення і т.і. Любе коректування моделі (блок 12) потребує повторного здійснення всіх операцій в нижчележачих блоках.

2.2 Приклад побудови детермінованої моделі

Розглянемо послідовність виконання перших шести етапів при побудові детермінованої моделі на прикладі розрахунку тривалості розливки сталі із стопорного ковша. Цей показник мав важливе значення при розробці раціонального режиму заливки форм.

2.2.1 Постановка задачі

Необхідно розробити математичну модель процесу стікання металу із стопорного ковша. Треба урахувати можливість використання моделі для різних форм ковша: циліндричного, конічного та ступінчастого.

У розрахунках можна не враховувати зміни в'язкості металу в процесі його охолодження при розливці, тому що рідкий метал при достатньому перегріві над температурою ліквідусу поводить себе як звичайна «Ньютонівська» рідина. Тому в моделі можуть бути використані закони гідравліки.

2.2.2 Побудова фізичної моделі

Модель процесу викання рідкого металу із стопорного ковша будемо розглядати для елементарного процесу течії рідини через невеликий круглий отвір у дні посудини з утворенням в повітрі незалежної цівки. Для такого процесу фізичною моделлю може бути закон збереження маси, виразом котрого у даному випадку може служити умова нерозривності цівки: кількість металу, який витік із отвору в стакані ковша дорівнює зменшенню кількості металу у ковші.

Витрати металу при витіканні, тобіш об'єм витікаю чого із отвору метала в одиницю часу, отримується множенням швидкості цівки на площину її перетину. Швидкість витікання металу, як і любої рідини, може бути описана рівнянням Торічеллі, звісним з гідравліки.

Основні фактори, що впливають на фукціювання системи: прискорення незалежного падіння; гідростатичний тиск; площина отвору стакана ковша.

2.2.3 Формулювання математичної моделі

В силу вимогам простоти моделі будемо розглядати систему як об'єкт із скупченими параметрами, тобто не будемо враховувати розподіл швидкостей цівок металу по перетину отвору. Швидкість витікання металу по рівнянню Торічеллі:

$$V = \varphi \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H}\ , \qquad (2.1)$$

де φ – коефіцієнт швидкості;

g – прискорення незалежного падіння, м/с^2;

H – гідростатичний тиск, м.

Тоді об'єм витікаю чого із отвору металу в одиницю часу:

$$Q = f \cdot \mu \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H}\ , \qquad (2.2)$$

де f – площа отвору стакана ковша, м^2;

μ – коефіцієнт витрати, який дорівнює добутку коефіцієнту швидкості φ на коефіцієнт стиску перетину цівки α.

Для різних рідин, в тому числи і для розплавлених металів, коефіцієнт витрати дорівнює 0,60-0,65.

Тоді в декотрий момент часу τ, коли рівень металу у ковші буде дорівнювати h, можна написати, що елементарні витрати металу через стакан ковша дорівнюють:

$$dQ = f \cdot \mu \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \cdot d\tau\ , \qquad (2.3)$$

Відповідно, зменшення кількості металу у ковші з площею поперечного перетину S с складає:

$$dQ = S \cdot dh \tag{2.4}$$

Отже, основним співвідношенням математичної моделі, котра описує закон збереження мас, є рівняння балансу:

$$f \cdot \mu \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \cdot d\tau = S \cdot dh \tag{2.5}$$

Звідки

$$d\tau = (S \cdot dh) / \left(f \cdot \mu \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \right) \tag{2.6}$$

Це рівняння є початковою математичною моделлю, яка описує час витікання із ковша елементарного об'єму металу.

2.2.4 Вибір методу рішення задачі

2.2.4.1 Аналітичний метод рішення задачі

Якщо припустити, що фактори моделі S і f є сталі, тобто ківш має циліндричну форму і площа стакана при витіканні металу не змінюється (рис.2.2), то початкове рівняння вирішується аналітичним інтегруванням лівої та правої частин. Інтегруючи ліву частину рівняння від нуля до τ і праву від $H_н$ до $H_к$, отримаємо повний час витікання металу із ковша:

$$\tau = \left(2 \cdot S \cdot \left(\sqrt{H_н} - \sqrt{H_к} \right) \right) / \left(\mu \cdot f \cdot \sqrt{2g} \right), \tag{2.7}$$

де $H_н$ і $H_к$ - відповідно початковий та кінцевий рівень металу у ковші.

2.2.4.2 Чисельний метод рішення задачі

В силу того, що математичну модель передбачається використовувати для розрахунків витікання металу із ковшів не тільки циліндричної, але і інших форм (конічної, ступінчастої), а також при розмиванні стакана по мірі витікання металу, тобто S і f не мають сталі значення, то необхідно використовувати чисельний метод рішення задачі з використанням ЕОМ.

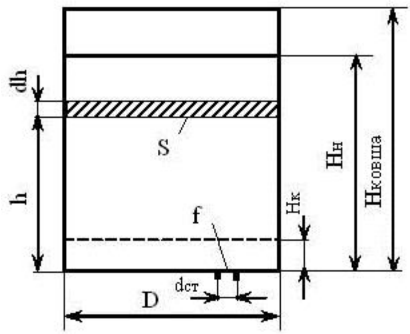


Рисунок 2.2 – Схема витікання металу із циліндричного ковша

Приймаємо метод чисельного рішення диференціальних рівнянь Ейлера, коли похідну екстраполюють на цілий крок, розрахувавши її значення в попередній точці:

$$Y_{i+1} = Y_i + \Delta X \cdot f \cdot \left(X_i , Y_i\right) \tag{2.8}$$

Використовуючи кінцевий приріст, отримуємо кінцеву розрахункову формулу обчислення вихідного параметру чисельним методом:

$$\tau_{i+1} = \tau_i + [(S \cdot \Delta h) / (f \cdot \mu \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h})], \tag{2.9}$$

тобто час витікання металу із ковша розраховується в результаті багаторазового приросту з визначеним кроком Δh.

2.2.5 Розробка алгоритму рішення задачі

Для розрахунку часу розливки металу із циліндричного ковша з сталою площею отвору стакана розроблений алгоритм, схема якого наведена на рисунку 2.3.

Блок-схема реалізує чисельний та аналітичний методи рішення. При чисельному рішенні час витікання металу має індекс τ, при аналітичному – $\tau_к$.

Кінцева розрахункова формула буде мати такий вигляд:

$$\tau_{i+1} = \tau_i + \frac{\Delta h \cdot S}{f \cdot \mu \cdot \sqrt{2gh}} . \tag{2.10}$$

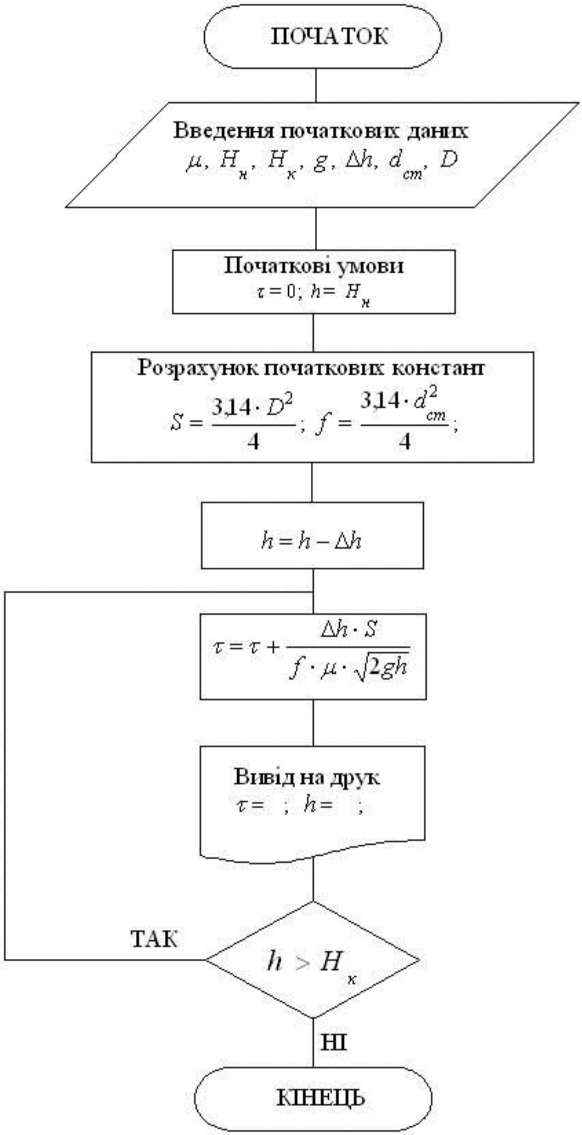


Рисунок 2.3 – Блок-схема алгоритму обчислення часу витікання металу із циліндричного ковша

2.2.6 Складання та налагодження програми для ЕОМ

На основі розробленого алгоритму рішення задачі складається та налагоджується програма на будь-якій мові програмування або з використанням стандартних пакетів, призначених для математичних розрахунків. Як приклад наведено варіант створення програми за використанням мови Visual Basic.

В Visual Basic створюємо форму, як показано на рисунку 2.4.

Властивість Caption для Form змінюємо на «Розрахунок часу розливки металу».

Для елементів Label змінюємо властивість Caption на відповідну по рисунку.

Для усіх семи текстових елементів змінюємо параметр Text на пусто. Для елементів Text6 і Text7 змінюємо властивість Multiline на True, а ScrollBars на Vertical.

Для елементу Command1 вводимо програмний код для даної задачі.

```
Private Sub Command1_Click()
Dim HH As Single
Dim HK As Single
Dim DH As Single
Dim DST As Single
Dim D As Single
Dim G As Single
Dim AMU As Single
Dim TAU As Single
Dim H As Single
Dim S As Single
Dim F As Single
Dim RK As Single
Dim TAUK As Single
HH = CSng(Text1.Text)
HK = CSng(Text2.Text)
DH = CSng(Text3.Text)
DST = CSng(Text4.Text)
D = CSng(Text5.Text)
G = 9.810001
```

```
AMU = 0.8
TAU = 0
H = HH
S = 3.1415926 * D ^ 2 / 4
F = 3.1415926 * DST ^ 2 / 4
RK = S / (F * AMU * Sqr(2 * G))
1 H = H - DH
TAU = TAU + RK * DH / (Sqr(H))
Text6.Text = Text6.Text & CStr(TAU) & vbTab & vbCrLf
Text7.Text = Text7.Text & CStr(H) & vbTab & vbCrLf
If H > HK Then GoTo 1
TAUK = 2 * S * (Sqr(HH) - Sqr(HK)) / (AMU * F * Sqr(2 * G))
Text8.Text = CStr(TAUK)
End Sub
```

Зовнішній вигляд робочого вікна наведено на рисунку 2.4.

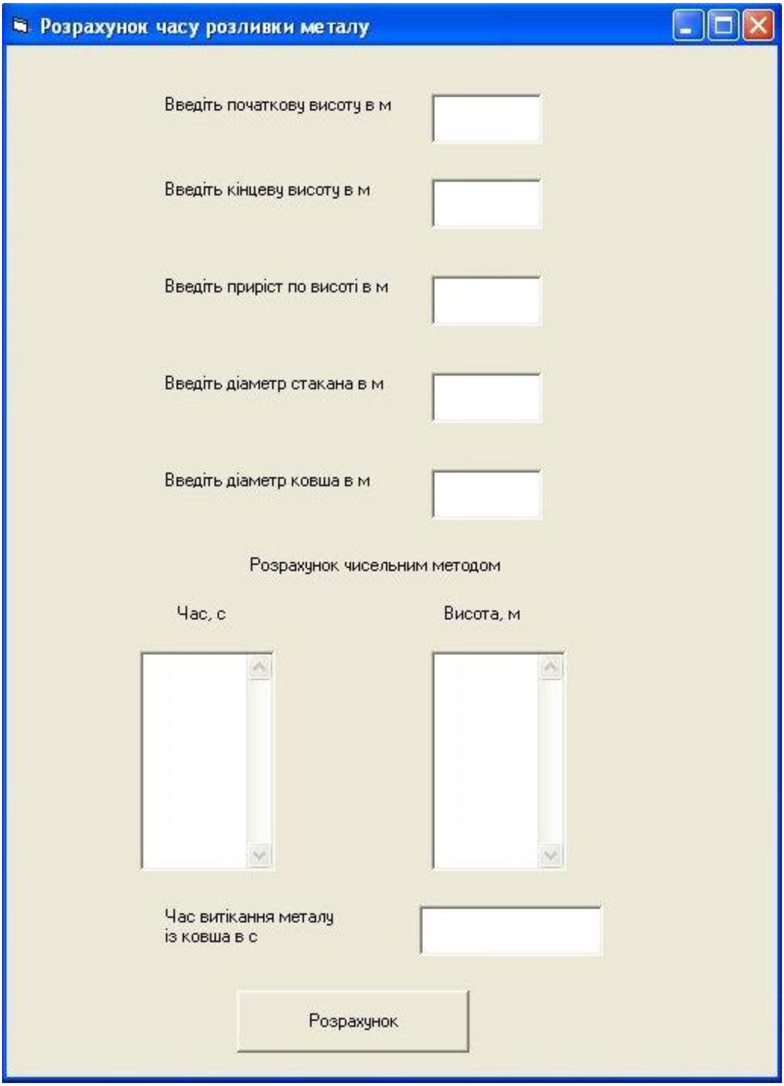


Рисунок 2.4 – Зовнішній вигляд робочого вікна для розрахунку

2.3 Варіанти завдань

В лабораторній роботі необхідно розробити математичні моделі і програми для більш складних умов.

Варіант № 1.

1 Ківш має конічну форму з ухилом стінки α (рис.2.5). Площа поперечного перетину ковша на будь якій висоті h може бути визначена по наступній залежності:

$$S(h) = S \cdot (1 + (\alpha \cdot h \cdot 4) / D) .$$

Ця залежність вірогідна, коли кут α позначений у радіанах, а його значення не перебільшує 0,174 рад (10°).

2 Площа поперечного перетину стопорного стакана f стала.

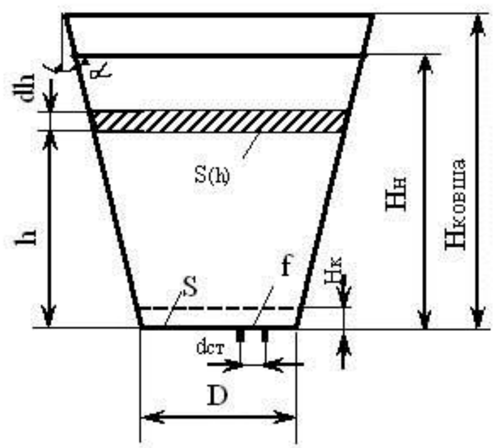


Рисунок 2.5 – Витікання металу із конічного ковша

Варіант № 2.

1 Ківш має циліндричну форму із ступінчастим профілем (рис.2.6). Рівень металу в ковші знаходиться на висоті $H_н$: $H_1 < H_н < H_{ковша}$.

2 Площа поперечного перетину стопорного стакана f стала.

Варіант № 3.

1 Ківш має циліндричну форму із ступінчастим профілем (рис.2.6). Рівень металу в ковші знаходиться на висоті $H_н$: $H_2 < H_н < H_1$.

2 Площа поперечного перетину стопорного стакана f стала.

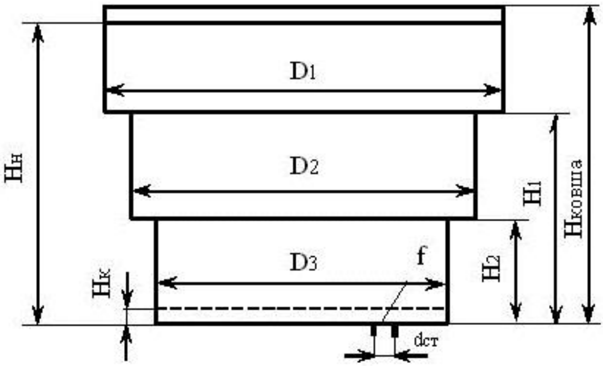


Рисунок 2.6 – Витікання металу із ступінчастого ковша

Варіант № 4.

1 Ківш має циліндричну форму зі сталим по висоті перетином (рис.2.2).

2 Площа поперечного перетину стопорного стакана f збільшується по мірі витікання метала внаслідок розмивання футерівки по залежності:

$$f(\tau) = f \cdot (1 + K_1 \cdot \tau)$$

Варіант № 5.

1 Ківш має конічну форму з ухилом стінки α (рис.2.5). Площа поперечного перетину ковша на будь якій висоті h може бути визначена по наступній залежності:

$$S(h) = S \cdot \left(1 + \alpha \cdot h \cdot \frac{4}{D}\right).$$

Ця залежність вірогідна, коли кут α позначений у радіанах, а його значення не перебільшує 0,174 рад (10°).

2 Площа поперечного перетину стопорного стакана f збільшується по мірі витікання метала внаслідок розмивання футерівки по

залежності:

$$f(\tau) = f \cdot (1 + K_1 \cdot \tau).$$

Варіант № 6.

1 Ківш має циліндричну форму із ступінчастим профілем (рис.2.6). Рівень металу в ковші знаходиться на висоті $H_н$: $H_1 < H_н < H_{ковша}$.

2 Площа поперечного перетину стопорного стакана f збільшується по мірі витікання метала внаслідок розмивання футерівки по залежності:

$$f(\tau) = f \cdot (1 + K_1 \cdot \tau).$$

2.4 Порядок виконання роботи

2.4.1 Вивчити методику побудови детермінованої моделі.

2.4.2 Отримати у викладача варіант завдання та початкові дані.

2.4.3 Розробити математичну модель у відповідності з завданням і вибраним методом вирішення задачі.

2.4.4 Скласти схему алгоритму розрахунку часу витікання металу з ковша.

2.4.5 Скласти і налагодити програму.

2.4.6 Провести контрольні розрахунки.

2.4.7 Оформити звіт про виконану роботу.

2.5 Зміст звіту

Звіт повинен мати: ескіз стопорного ковша заданої форми, опис етапів розробки математичної моделі, схему алгоритму, програму, результати розрахунків, графік залежності: час (τ) - висота метала в ковші (h), висновки.

2.6 Контрольні запитання

2.6.1 Як класифікуються математичні моделі?

2.6.2 Характеристика детермінованих моделей.

2.6.3 Етапи побудови детермінованих моделей.

2.6.4 Яка різниця між аналітичним і чисельним методами рішення задач?

2.6.5 Як зробити перевірку адекватності детермінованої моделі?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 3

ПОБУДОВА СТАТИСТИЧНОЇ МОДЕЛІ

Мета роботи: засвоєння методики побудови статистичної моделі методом активного експерименту, придбати навички постановки задач багатофакторного експерименту.

3.1 Теоретична частина

Детерміновані моделі не завжди підходять для проектування і розрахунку складних технічних систем. По-перше, часто не вдається у вигляді рівнянь, які характеризують фізичні або фізико-хімічні закони, описати всі важливі сторони складних процесів. По-друге, робочі характеристики однакових систем виявляються на практиці не однаковими внаслідок впливу багатьох неконтрольованих факторів, таких наприклад, як різниця в умовах роботи внаслідок зносу агрегатів, коливань властивостей первісних матеріалів і т.і. По-третє, система рівнянь детермінованої моделі може виявитися дуже громіздкою.

У цих випадках використовують другий підхід до побудови математичних моделей – експериментальний. Він містить у собі проведення над об’єктом, котрий досліджується, ряду експериментів з наступною математичною обробкою отриманої інформації. Тобто, об’єкт моделювання розглядають як «чорний ящик», реєструють вхідні і вихідні данні на реальному технологічному процесі, а потім методами кореляційного, регресійного і дисперсійного аналізів проводять обробку отриманої інформації, отримуючи прості, наближені рівняння, які придатні для практичного розв’язання задач. Такі моделі називають статистичними. Побудова статистичної моделі потребує виконання визначених етапів. Етапи розробки статистичної моделі наведені на рисунку 3.1.

Після постановки задачі (блок 1) проводиться відсів найменш важливих факторів, які слабо впливають на хід процесу (блок 2). Обрані для дослідження вхідні змінні складають список факторів керуючи котрими, можна змінювати вихідні змінні. Кількість вихідних параметрів також, по можливості, треба зменшити, щоб скоротити витрати на експерименти та обробку даних.

При виконанні наступного етапу (блок 3) необхідно задати структуру моделі, тобто прийняти такий її вигляд який буде зручним для

Рисунок 3.1 – Етапи розробки статистичної моделі

використання функції, що апроксимує дослідні дані. Найбільш часто використовують поліноміальну форму моделі:

$$Y = b_0 + \sum_{(k)} b_i x_i + \sum_{(k)} b_{ij} x_{ij} + \sum_{(k)} b_{ii} x_i^2 , \qquad (3.1)$$

де b_0, b_i, b_{ij}, b_{ii} - коефіцієнти регресії.

Звичайно спочатку використовують найбільш просту лінійну модель $Y = b_0 + \sum_{(k)} b_i x_i$, коли $b_{ij} = b_{ii} = 0$ і тільки у випадку її неадекватності ускладняють модель введенням членів, що враховують взаємодію факторів $x_i x_j$ і квадратичних членів x_i^2 .

Планування та підготовка експерименту (блок 4) починають із з'ясування вигляду експерименту (пасивного або активного), проведенням котрого будуть отримані початкові дані для побудови моделі. Пасивним називають такий експеримент, коли дані отримують в результаті самостійного ходу процесу без участі в ньому дослідника. Активний експеримент передбачає активний вплив дослідника вплив дослідника на об'єкт, при цьому в кожному досліді проводиться варіюванню всіма змінними по визначеному плану. Вибравши той чи інший шлях, проводять безпосереднє планування і підготовку експерименту. При пасивному експерименті планування передбачає в собі: визначення необхідного числа дослідів, встановлення інтервалів часу між дослідженнями, частоту проведення лабораторних аналізів, оцінку придатності інформації, отриманої за допомогою приладів і т.і.

При активному експерименті планування враховує виконання наступних операцій: вибір центру плану, вибір числа рівнів варіювання, вибір інтервалів варіювання, кодування факторів, побудова плану експерименту.

Після підготовки матеріалів, обладнання, оснастки, реалізують досліди (блок 5) і приступають до обчислювання коефіцієнтів регресії, визначення їх статистичного значення, чим завершують побудову моделі (блок 6). Мірою адекватності моделі (блок 7) є середньоквадратичне відхилення обчислених за допомогою моделі значень параметру від експериментального значення, котре порівнюють з допустимим.

Якщо модель витримала перевірку адекватності, вона може бути використана для дослідження з її допомогою процесу (блок 8). У випадку неадекватності моделі її корегування (блок 9) може вимагати введення в модель додаткових, спочатку відкинутих факторів, облік нелінійних ефектів взаємного впливу факторів або зміни плану експерименту для побудови моделі другого порядку.

Більш ефективним при побудові статистичної моделі є активний експеримент. При цьому успішне проведення експерименту в значній мірі залежить від якості виконання операцій четвертого етапу: як передуючих складанню плану експерименту задається в вигляді матриці планування – таблиці, кожний рядок котрої відповідає умовам одного дослідження, а кожний стовпець – значенням одної з незалежних змінних в різних дослідженнях. Складання матриці розпочинають з вибору центру області дослідження (центр плану) і в нього переносять початок координат. Потім вибирають інтервал варіювання ΔX_i по кожній змінній – відстань від центру до експериментальної точки. Вибір центру плану і інтервалу варіювання не належить до математичної теорії і виконуєтеся дослідником на основі глибокого знання об’єкту моделювання. Наступна операція – вибір числа рівнів варіювання – залежить від обраного типу моделі. При розробці лінійної моделі здійснюють варіювання на двох рівнях. До варіювання на трьох і більшому числі рівнів звертаються у випадках,, коди відомо, що модель буде мати вигляд поліному другого ступеню, тоді необхідно проводити активний експеримент другого порядку.

Потім проводять операцію йодування змінних. Всі центри матриці дорівнюють нулю а інтервали варіювання ΔX_i приймають за одиницю. Кодування змінних дав зручну обробку результатів експерименту і спрощує обчислення. Перехід від натуральних значень змінних X_i до кодованих x_i здійснюється по формулі:

$$x_i = \frac{X_i - X_{i0}}{\Delta X_i}, \qquad (3.2)$$

а розкодування по формулі:

$$X_i = X_{i0} + x_i \cdot \Delta X_i, \qquad (3.3)$$

де X_i - значення змінної на верхньому або нижньому рівні;

X_{i0} - значення змінної на нульовому рівні;

x_i - значення змінної в закодованому вигляді;

ΔX_i - значення інтервалу варіювання.

Отже, при варіюванні фактора на двох рівнях значенню x_i в одних дослідах придають «верхнє» значення, що дорівнює «+1», у других – «нижнє», що дорівнює «–1». На практиці для скорочення запису часто замість «+1» і «–1» пишуть « + » і « – ».

Значення фактору у закодовану вигляді на основному рівні (в центрі плану) рівне нулю: $x_{i0} = 0$.

Наступна операція – це побудова матриці планування експерименту. Для цілеспрямованої побудови матриці використовують правило: рівні факторів для першої змінної варіюють в кожному наступному досліді, для другої – у два рази рідше, для третьої – ще у два рази рідше, тобто через чотири досліди на п’ятий і т.д. Таким чином, при введенні кожного нового фактору число дослідів подвоюється. Досліди, поставлені по такому плану, називають повним факторним експериментом. Число дослідів при цьому дорівнює:

$$N = Q^k, \tag{3.4}$$

де Q - число рівнів варіювання факторів;

k - число факторів.

При плануванні дослідів першого порядку на двох рівнях повний факторний експеримент позначається ПФЕ 2^k, розрахунок коефіцієнтів рівнянь регресії спрощується і виконується методом найменших квадратів. Із цих дослідів знаходять коефіцієнти лінійного рівняння, а також коефіцієнти членів, які враховують добуток факторів, що поліпшує точність моделі та дає змогу оцінити, на скільки вплив одного фактора залежить від значення другого.

Із збільшенням числа факторів k значно збільшується кількість дослідів і такий план стає неефективним. Тоді користуються дрібним факторним експериментом (ДФЕ). Це експеримент, який реалізує частину (дрібну репліку) повного факторного експерименту. Для вірного планування ДФЕ треба використати всі дані про об’єкт і виділити ті фактори, вплив яких на вихідну змінну найбільший. Значення решти факторів в матриці планування прирівнюють до різних взаємодій (парні, потрійні і т.д.). Число дослідів N в цьому випадку визначається по формулі:

$$N = 2^{k-p}, \tag{3.5}$$

де p - число факторів, значення котрих замінені взаємодіями.

Застосування ДФЕ дозволяє знайти вільний член і коефіцієнти регресії при лінійних членах всіх незалежних змінних.

Якщо моделі, побудовані з допомогою ПФЕ або ДФЕ виявляються неадекватними і виникне необхідність у використанні моделі у вигляді поліному другого ступеню, то для отримання квадратичних моделей користуються результатами експерименту, який проводиться по плану другого порядку. Плани другого порядку відрізняються від лінійних планів тим, що фактори варіюють на декількох рівнях, мінімум на трьох, частіше варіювання здійснюється на п'яти рівнях, у цьому випадку матриця планування називається центральним композиційним планом (ЦКП) і складається з трьох блоків:

- точок повного або дрібного факторного експерименту $N = 2^k$;
- зоряних точок (план типу «хреста») $N_x = 2^k$;
- нульових (центральних точок) N_0. Загальне число N_k точок ЦКП визначається по залежності $N_k = N + N_x + N_0$.

Поліноми більш високих ступенів, ніж другий, для ідентифікації математичних моделей звичайно не використовуються.

Перевагою активного експерименту є також те, що всі процедури виконання наступних етапів і операцій усередині етапів (проведення дослідів, перевірка відтворення, розрахунок коефіцієнтів регресії та оцінка їх значимості, перевірка адекватності моделі) однакові при використанні любих планів: ПФЕ, ДФЕ, ЦКП.

Перед реалізацією дослідів необхідно рандомізувати варіанти варіювання факторів, тобто вибрати послідовність виконання дослідів не відповідно матриці планування, а в випадковій послідовності.

Важливою характеристикою статистичної моделі в відтворення зовнішніх впливів, тобто незалежність вихідного параметра від часу. Для перевірки процесів на відтворення при активному експерименті проводять N_0 дослідів на основному (нульовому) рівні всіх незалежних змінних. Звичайно таких дослідів проводять три - чотири. Обчислення дисперсії відтворення S_Y^2 виконують по формулі:

$$S_Y^2 = \left(\sum_{n=1}^{N_0} \left(Y_{0k} - \bar{Y}_0 \right)^2 \right) \Big/ (N_0 - 1), \tag{3.6}$$

де N_0 - число дослідів на нульовому рівні;

Y_{0k} - k-те значення вихідного параметру на основному рівні незалежних змінних, $k = 1, 2, \ldots, N_0$;

$\bar{Y}_0$ - середнє значення вихідного параметру на основному рівні незалежних змінних.

Звідси похибка експерименту S_Y:

$$S_Y = \sqrt{\left(\sum_{n=1}^{N_0} \left(Y_{0k} - \bar{Y}_0 \right)^2 \right) \Big/ (N_0 - 1)}. \tag{3.7}$$

Обчислення коефіцієнтів регресії здійснюється по формулам:

$$b_0 = \left(\sum_{n=1}^{N} Y_k \right) \Big/ N; \tag{3.8}$$

$$b_i = \left(\sum_{n=1}^{N} x_{ik} \cdot Y_k \right) \Big/ N; \tag{3.9}$$

$$b_{ij} = \left(\sum_{n=1}^{N} x_{ik} \cdot x_{jk} \cdot Y_k \right) \Big/ N, \tag{3.10}$$

де N - число дослідів по плану;

Y_k - значення вихідного параметру у k-тому досліді,

$k = 1, 2, \ldots, N$;

x_{ik}, x_{jk} - значення незалежних змінних у закодованому вигляді у k -тому досліді.

Перевірку значимості коефіцієнтів регресії проводять за допомогою t-критерію Стьюдента. Доцільно виконувати це порівнянням кожного коефіцієнту регресії з критичним коефіцієнтом $b_{кр}$, що обчислюється по формулі:

$$b_{кр} = \left(t_m \cdot S_Y\right) \Big/ \sqrt{N}, \tag{3.11}$$

де t_m - табличне значення критерію Стьюдента для числа ступенів свободи $f_E = N_0 - 1$ при відповідному рівні значимості (у технічних розрахунках 5 або 10 %).

Коефіцієнти більші або рівні по абсолютній величині $b_{кр}$ мають значення, інші відкидаються.

Перевірку адекватності моделі проводять з врахуванням F-критерію Фішера, який дозволяє перевірити гіпотезу про однорідність двох вибраних дисперсій S_R^2 і S_Y^2. Дисперсія адекватності S_R^2 визначається по формулі:

$$S_R^2 = \left(\sum_{k=1}^{N} Y_k^2 - N \cdot \sum_{i=1}^{N} b_i^2\right) \Bigg/ f_R, \tag{3.12}$$

де n - число значимих коефіцієнтів, крім b_0;

f_R - число ступенів свободи, $f_R = N - n - 1$.

Розрахункове значення критерію Фішера:

$$F_P = S_R^2 \big/ S_Y^2. \tag{3.13}$$

Якщо виконується умова $F_P \le F_T$, де F_T - табличне значення критерію Фішера для ступенів свободи $f_R = N - n - 1$ при відповідному рівні значимості (5 або 10 %), модель визнається адекватною і може бути використаною для вивчення процесу.

3.2 Приклад побудови статистичної моделі

Розглянемо послідовність етапів побудови статистичної моделі на прикладі розробки рівняння регресії, поєднуючого міцність на згиб сірого чавуну з хімічним складом та технологічними особливостями плавки і розливки.

3.2.1 Постановка задачі

Необхідно розробити математичну модель залежності границі міцності сірого чавуну на згиб від хімічного складу та технологічних особливостей плавки і розливки чавуну.

3.2.2 Вибір факторів і параметрів

На основі аналізу літературних даних в якості незалежних змінних приймаємо наступні фактори: концентрація хімічних елементів C, Si, Mn, P в чавуні у відсотках, відповідно X_1, X_2, X_3, X_4; Δt_n - перегрів чавуну над ліквідусом у градусах, відповідно X_5; $\tau_в$ - тривалість витримки перегрітого чавуну в печі в хвилинах, відповідно X_6; $q_м$ - витрати модифікатора ФС75 у відсотках від маси чавуну, відповідно X_7; g/Q - доля сталі (сталевого брухту) в шихті (Q - маса шихти), відповідно X_8.

У якості вихідного параметру згідно з завданням приймаємо границю міцності сірого чавуну на згиб $\sigma_з$ у МПа.

3.2.3 Вибір виду моделі

Враховуючи відсутність літературних даних про форму поверхні відгуку вихідного параметру при зміні вказаних восьми факторів, приймаємо вид моделі лінійний типу $Y = b_0 + \sum_{i=1}^{n} b_i \cdot X_i$. У випадку неадекватності лінійної моделі, в подальшому може бути розглянуто питання про побудову рівняння регресії другого ступеню.

3.2.4 Планування і підготовка експерименту

Враховуючи складність об’єкту моделювання приймаємо у якості джерела інформації для побудови моделі активний експеримент. Проведення дослідів передбачено у лабораторних умовах, що дозволить варіювання змінних в широкому діапазоні.

Вибір центру плану і інтервалів варіювання по кожному із восьми факторів виконані на основі аналізу літературних даних. Внаслідок того, що ми розробляємо лінійну модель, варіювання здійснюється на двох рівнях. У матрицю планування не вводимо стовпці парної та потрійної взаємодії – обраний нами тип моделі дозволяє не враховувати взаємодію факторів. Враховуючи, що для реалізації ПФЕ при восьми незалежних змінних необхідно провести 256 дослідів, приймаємо рішення провести ДФЕ$^{8-4}$, який потребує проведення шістнадцяти дослідів. Цієї кількості дослідів буде достатньо для обчислення дев'яти коефіцієнтів лінійної моделі. Для останніх чотирьох незалежних змінних приймаємо наступні генеруючи співвідношення: $X_5 = X_1 \cdot X_2 \cdot X_3$; $X_6 = -X_1 \cdot X_3$; $X_7 = -X_1 \cdot X_2$; $X_8 = X_2 \cdot X_3 \cdot X_4$. Для оцінки дисперсії відтворення і визначення похибки експерименту планується провести чотири досліди на основному рівні. Матриця планування експерименту типу ДФЕ$^{8-4}$ з врахуванням наведених вище положень, наведені у таблиці 3.1.

У відповідності з розробленим планом активного багатофакторного експерименту підготовлені необхідні матеріали, обладнання та оснастки для проведення 20 дослідів.

3.2.5 Реалізація експерименту

Перед реалізацією плану проведена рандомізація варіантів варіювання факторів, тобто за допомогою таблиці рівномірно розподілених випадкових чисел визначена послідовність реалізації варіантів варіювання плану у 20 дослідах. Для кожного досліду чавун виплавляли в індукційній печі підвищеної частоти з кислою футерівкою тигля, який містить 60 кг сплаву. Шихта складалася із кускової сталі 15, чушкового чавуну ЛК4, електродного бою і феросплавів (феросиліцій – 73,3 % Si, ферофосфор – 20 % P, феромарганець – 67,5 % Mn). Модифікування чавуну проводили роздрібненим модифікатором ФС75 у ковші при температурі перегріву.

Для визначення границі міцності на згиб у кожному досліді заливали три стандартні зразки діаметром 30 мм, довжиною 330 мм.

Випробування зразків проводили на машині моделі УРМ-80. Результати випробувань трьох зразків усереднювали і записували відповідно варіантам варіювання плану $Y_1, Y_2, \ldots, Y_{20}$.

Таблиця 3.1 – Матриця планування ДФЕ$^{8-4}$

Рівні варіювання факторів, які вивчаються		Фактори, які вивчаються							
		C, %	Si, %	Mn, %	P, %	$\Delta t_п$, °C	$\tau_в$, хв.	$q_м$, %	g/Q
Основний рівень (0)		3,25	1,95	0,75	0,15	300	15	0,3	0,75
Інтервал варіювання		0,25	0,25	0,25	0,07	50	15	0,3	0,25
Верхній рівень (+1)		3,50	2,20	1,00	0,22	350	30	0,6	1,00
Нижній рівень (–1)		3,00	1,70	0,50	0,08	250	0	0	0,50
Кодоване позначення змінних		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
Номери дослідів по плану типу 2^{8-4}	1	–1	–1	–1	–1	–1	–1	–1	–1
	2	+1	–1	–1	–1	+1	+1	+1	–1
	3	–1	+1	–1	–1	+1	–1	+1	+1
	4	+1	+1	–1	–1	–1	+1	–1	+1
	5	–1	–1	+1	–1	+1	+1	–1	+1
	6	+1	–1	+1	–1	–1	–1	+1	+1
	7	–1	+1	+1	–1	–1	+1	+1	–1
	8	+1	+1	+1	–1	+1	–1	–1	–1
	9	–1	–1	–1	+1	–1	–1	–1	+1
	10	+1	–1	–1	+1	+1	+1	+1	+1
	11	–1	+1	–1	+1	+1	–1	+1	–1
	12	+1	+1	–1	+1	–1	+1	–1	–1
	13	–1	–1	+1	+1	+1	+1	–1	–1
	14	+1	–1	+1	+1	–1	–1	+1	–1
	15	–1	+1	+1	+1	–1	+1	+1	+1
	16	+1	+1	+1	+1	+1	–1	–1	+1
Номери дослідів на основному рівні	17	0	0	0	0	0	0	0	0
	18	0	0	0	0	0	0	0	0
	19	0	0	0	0	0	0	0	0
	20	0	0	0	0	0	0	0	0

3.2.6 Побудова статистичної моделі

Обробку результатів експерименту і оцінку впливу того чи іншого фактору на границю міцності на згиб виплавлених чавунів проводили по методиці, що наведена вище (визначали числові значення коефіцієнтів регресії та оцінювали їх значимість по критерію Стьюдента для рівня значимості $q = 0{,}05$ (5 %). Результати регресійного аналізу наведені у таблиці 3.2.

Таблиця 3.2 – Результати регресійного аналізу дослідних даних по плану ДФЕ 2^{8-4}

Показники	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	S_Y	$b_{кр}$
Значення показників	401,61	–30,5	–3,1	19,5	26,2	18,8	6,0	26,6	6,5	22,9	18,2

Відкинувши незначущі коефіцієнти, отримали наступне рівняння регресії, яке показує залежність границі міцності сірого чавуну на згиб від досліджених факторів:

$$Y = 401{,}6 - 30{,}5X_1 + 19{,}5X_3 + 26{,}2X_4 + 18{,}8X_5 + 26{,}6X_8.$$

3.2.7 Перевірка адекватності моделі

Перевірку гіпотези про адекватність математичного опису дослідних даних проводили по F-критерію Фішера при рівні значимості $q = 0{,}05$ (5 %). Розрахункове значення критерію Фішера $F_P = 3{,}52$, табличне значення $F_T = 8{,}87$. Внаслідок того, що виконується умова $F_P < F_T$, отримана модель адекватна.

3.2.8 Дослідження процесу за допомогою моделі

Для практичного використання отриманого рівняння регресії здійснимо переклад факторів із відносних одиниць до дійсних (натуральних) по формулі:

$$X_1 = \frac{C - 3{,}25}{0{,}25} = 4C - 13;$$

$$X_3 = \frac{Mn - 0{,}75}{0{,}25} = 4Mn - 3;$$

$$X_4 = \frac{P - 0{,}15}{0{,}07} = 14{,}3P - 2{,}14;$$

$$X_5 = \frac{\Delta t_n - 300}{50} = 0{,}02\Delta t_n - 6;$$

$$X_6 = \frac{g/Q - 0{,}75}{0{,}25} = 4g/Q - 3.$$

Після підстановки вказаних виразів отримуємо рівняння регресії у дійсних одиницях, яке є вірним тільки у заданих інтервалах варіювання незалежних змінних:

$$\sigma_з = 636{,}9 - 122C + 78Mn + 374{,}3P + 0{,}2\Delta t_n + 651{,}9g/Q.$$

Це рівняння регресії може бути використаним для вивчення впливу досліджених факторів на границю міцності при згибі сірого чавуну.

3.3 Варіанти завдань

У цій лабораторній роботі необхідно розробити математичні моделі на основі результатів раніше проведених дослідів активного експерименту по плану типу 2^3 наступних варіантів (табл. 3.3-3.8).

3.4 Порядок виконання роботи

3.4.1 Вивчити методику побудови статистичної моделі методом активного експерименту.

3.4.2 Отримати у викладача варіант завдання.

3.4.3 Провести розрахунок коефіцієнтів регресії, оцінку їх значимості, перевірку адекватності моделі для рівня значимості q = 0,05 (5 %). Якщо розрахунки покажуть неадекватність моделі, повторити розрахунки для рівня значимості q = 0,010 (10 %).

3.4.4 Оформити таблицю результатів регресійного аналізу і перевірки адекватності моделі.

3.4.5 Записати отримане рівняння регресії в закодованому вигляді.

3.4.6 Перекласти незалежні змінні в рівняння із відносних одиниць у натуральні і записати рівняння регресії у натуральних одиницях.

3.4.7 Перевірити результати розрахунку за допомогою контрольної програми.

3.4.8 Оформити звіт про виконану роботу.

3.5 Зміст звіту

Зміст повинен містить в собі: номер варіанту, матрицю планування і результати дослідів, таблицю результатів регресійного аналізу, результати перевірки адекватності моделі, рівняння регресії у відносних та натуральних одиницях, висновки.

3.6 Контрольні запитання

3.6.1 Які є методи побудови статистичних моделей?

3.6.2 Назвіть переваги побудови статистичних моделей методом активного експерименту.

3.6.3 Які є етапи побудови статистичних моделей?

3.6.4 Як визначити похибку експерименту?

3.6.5 Як оцінити значимість коефіцієнтів регресії?

3.6.6 Як здійснюється перевірка адекватності статистичної моделі?

3.6.7 Назвіть причини неадекватності моделі та методи її усунення.

Варіант № 1.

Таблиця 3.3 – Матриця планування ПФЕ 2^3 і результати дослідів по вивченню впливу хімічного складу на границю міцності при розтяганні нормалізованої сталі 35Л

Умови варіювання вивчаємих факторів		Вивчаємі фактори			Взаємодії факторів				Результати дослідів σ_B, МПа
		Mn, %	Si, %	Cr, %					
Основний рівень (0)		1,15	0,70	0,85					
Інтервал варіювання		0,40	0,40	0,70					
Верхній рівень (+1)		1,55	1,10	1,55					
Нижній рівень (–1)		0,75	0,30	0,15					
Кодове позначення змінних		x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	Y
Номери дослідів по плану 2^3	1	–	–	–	+	+	+	–	800
	2	+	–	–	–	–	+	+	806
	3	–	+	–	–	+	–	+	781
	4	+	+	–	+	–	–	–	966
	5	–	–	+	+	–	–	+	948
	6	+	–	+	–	+	–	–	1196
	7	–	+	+	–	–	+	–	1020
	8	+	+	+	+	+	+	+	1382
Номери дослідів на основному рівні	9	0	0	0	0	0	0	0	945
	10	0	0	0	0	0	0	0	979
	11	0	0	0	0	0	0	0	950

Варіант № 2.

Таблиця 3.4 – Матриця планування ПФЕ 2^3 і результати дослідів по вивченню впливу легуючих елементів на границю міцності при розтяганні жаростійкого чавуну

Умови варіювання вивчаємих факторів		Вивчаємі фактори			Взаємодії факторів				Результати дослідів σ_B, МПа
		РЗМ, %	Ti, %	Cu, %					
Основний рівень (0)		0,12	0,27	0,8					
Інтервал варіювання		0,08	0,23	0,4					
Верхній рівень (+1)		0,20	0,50	1,2					
Нижній рівень (–1)		0,04	0,03	0,4					
Кодове позначення змінних		x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	Y
Номери дослідів по плану 2^3	1	–	–	–	+	+	+	–	170
	2	+	–	–	–	–	+	+	280
	3	–	+	–	–	+	–	+	180
	4	+	+	–	+	–	–	–	230
	5	–	–	+	+	–	–	+	178
	6	+	–	+	–	+	–	–	280
	7	–	+	+	–	–	+	–	145
	8	+	+	+	+	+	+	+	206
Номери дослідів на основному рівні	9	0	0	0	0	0	0	0	210
	10	0	0	0	0	0	0	0	206
	11	0	0	0	0	0	0	0	209

Варіант № 3.

Таблиця 3.5 – Матриця планування ПФЕ 2^3 і результати дослідів по вивченню впливу хімічного складу на відносне подовження нормалізованої сталі 35Л

Умови варіювання вивчаємих факторів		Вивчаємі фактори			Взаємодії факторів				Результати дослідів δ, %
		Mn, %	Si, %	Cr, %					
Основний рівень (0)		1,15	0,70	0,85					
Інтервал варіювання		0,40	0,40	0,70					
Верхній рівень (+1)		1,55	1,10	1,55					
Нижній рівень (–1)		0,75	0,30	0,15					
Кодове позначення змінних		x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	Y
Номери дослідів по плану 2^3	1	–	–	–	+	+	+	–	17,6
	2	+	–	–	–	–	+	+	22,7
	3	–	+	–	–	+	–	+	20,2
	4	+	+	–	+	–	–	–	15,6
	5	–	–	+	+	–	–	+	8,0
	6	+	–	+	–	+	–	–	2,5
	7	–	+	+	–	–	+	–	10,7
	8	+	+	+	+	+	+	+	2,0
Номери дослідів на основному рівні	9	0	0	0	0	0	0	0	10,7
	10	0	0	0	0	0	0	0	10,0
	11	0	0	0	0	0	0	0	9,9

Варіант № 4.

Таблиця 3.6 – Матриця планування ПФЕ 2^3 і результати дослідів по вивченню впливу хімічного складу на ударну в’язкість нормалізованої сталі 35Л

Умови варіювання вивчаємих факторів		Вивчаємі фактори			Взаємодії факторів				Результати дослідів KCU, МДж/м^2
		Mn, %	Si, %	Cr, %					
Основний рівень (0)		1,15	0,70	0,85					
Інтервал варіювання		0,40	0,40	0,70					
Верхній рівень (+1)		1,55	1,10	1,55					
Нижній рівень (–1)		0,75	0,30	0,15					
Кодове позначення змінних		x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	Y
Номери дослідів по плану 2^3	1	–	–	–	+	+	+	–	0,55
	2	+	–	–	–	–	+	+	0,29
	3	–	+	–	–	+	–	+	0,34
	4	+	+	–	+	–	–	–	0,39
	5	–	–	+	+	–	–	+	0,10
	6	+	–	+	–	+	–	–	0,08
	7	–	+	+	–	–	+	–	0,40
	8	+	+	+	+	+	+	+	0,05
Номери дослідів на основному рівні	9	0	0	0	0	0	0	0	0,25
	10	0	0	0	0	0	0	0	0,21
	11	0	0	0	0	0	0	0	0,23

Варіант № 5.

Таблиця 3.7 – Матриця планування ПФЕ 2^3 і результати дослідів по вивченню впливу легуючих елементів на жаростійкість чавуну

Умови варіювання вивчаємих факторів		Вивчаємі фактори			Взаємодії факторів				Результати дослідів V_q, г/м^2·г
		РЗМ, %	Ti, %	Cu, %					
Основний рівень (0)		0,12	0,27	0,8					
Інтервал варіювання		0,08	0,23	0,4					
Верхній рівень (+1)		0,20	0,50	1,2					
Нижній рівень (–1)		0,04	0,03	0,4					
Кодове позначення змінних		x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	Y
Номери дослідів по плану 2^3	1	–	–	–	+	+	+	–	3,49
	2	+	–	–	–	–	+	+	0,18
	3	–	+	–	–	+	–	+	3,11
	4	+	+	–	+	–	–	–	0,16
	5	–	–	+	+	–	–	+	2,32
	6	+	–	+	–	+	–	–	0,16
	7	–	+	+	–	–	+	–	1,67
	8	+	+	+	+	+	+	+	0,09
Номери дослідів на основному рівні	9	0	0	0	0	0	0	0	1,01
	10	0	0	0	0	0	0	0	1,49
	11	0	0	0	0	0	0	0	1,25

Варіант № 6.

Таблиця 3.8 – Матриця планування ПФЕ 2^3 і результати дослідів по вивченню впливу хімічного складу на твердість нормалізованої сталі 35Л

Умови варіювання вивчаємих факторів		Вивчаємі фактори			Взаємодії факторів				Результати дослідів HB, МПа
		Mn, %	Si, %	Cr, %					
Основний рівень (0)		1,15	0,70	0,85					
Інтервал варіювання		0,40	0,40	0,70					
Верхній рівень (+1)		1,55	1,10	1,55					
Нижній рівень (–1)		0,75	0,30	0,15					
Кодове позначення змінних		x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	Y
Номери дослідів по плану 2^3	1	–	–	–	+	+	+	–	1390
	2	+	–	–	–	–	+	+	2860
	3	–	+	–	–	+	–	+	2270
	4	+	+	–	+	–	–	–	3030
	5	–	–	+	+	–	–	+	3400
	6	+	–	+	–	+	–	–	5180
	7	–	+	+	–	–	+	–	3410
	8	+	+	+	+	+	+	+	5550
Номери дослідів на основному рівні	9	0	0	0	0	0	0	0	3300
	10	0	0	0	0	0	0	0	3100
	11	0	0	0	0	0	0	0	3100

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 4

ЛІНІЙНЕ ПРОГРАМУВАННЯ

Мета роботи: закріплення теоретичних знань у області оптимізації систем, здобуття практичних навичок постановки та рішення задач лінійного програмування симплекс-методом..

4.1 Теоретична частина

Математичні моделі у ливарному виробництві використовують, як правило, для оптимізації технологічних систем і процесів, тобто для визначення значень технологічних,, конструктивних, компонувальних факторів, які забезпечують найвищу економічність і надійність роботи. У загальному випадку задачу оптимізації можна сформулювати так: знайти такі значення незалежних змінних $x_1, x_2, \ldots, x_n$, які забезпечують оптимум (максимум або мінімум) цільової функції F(X) при накладенні (або відсутності/) обмежень.

Для рішення задач оптимізації використовуються аналітичні і чисельні методи. В аналітичних розрахунках використовуються класичні методи досліджень функцій на екстремум – отримання аналітичних виразів похідних та прирівняна їх нулю, тобто, задоволення необхідних умов екстремуму. Такий підхід дозволяє отримати безумовний екстремум при відсутності обмежень, при неперервних змінних і просту, математичних моделях.

Але в реальних технологічних процесах фактори не можуть мати довільних значень, а підпорядковані звичайно декотрим обмеженням, частіше в вигляді нерівностей. Це веде до практичної непридатності аналітичних методів оптимізації реальних процесів. Використання чисельних методів оптимізації і комп’ютерної техніки дозволяє подолати ці труднощі.

Таким чином, для рішення оптимізаційних задач необхідно сформулювати цільову функцію, обмеження та вибрати метод чисельного рішення задачі. В залежності від виду цільових функцій і обмежень при оптимізації використовують різні методи, основні – це нелінійне та лінійне програмування.

При нелінійному програмуванні – нелінійні цільова функція і (або) обмеження. Лінійне програмування зв’язане з рішенням задач оптимізації при лінійній цільовій функції і лінійних обмеженнях (рівняння та не рівняння). Це є найбільш розроблена галузь математичного програмування, що дозволяє успішно вирішувати задачі оптимізації в ливарному виробництві, тому що більшість із них описуються лінійними співвідношеннями.

Кожне із рівнянь системи обмежень визначає у n-мірнім просторі декотру гіперплощину. Кожне не рівняння визначає у тому ж просторі полу простір. Опуклий гіпербагатогранник, утворений перетинами цих гіперплощин і полу просторів являє собою область допустимих рішень системи, тобто, люба точка, яка належить до цієї області, координатами якої є значення усіх n факторів в цій точці, задовольняє системі обмежень. Серед них треба тільки відшукати точку, в котрій цільова функція буде мати екстремальне значення.

Методи пошуку цієї точки основані на властивості цільової функції задачі лінійного програмування, котре міститься в тому, що екстремум цільової функції, якщо він є, досягається хоча б в одній крайній точці багатогранника. Це, в свою чергу, означає, що екстремум цільової функції не має місця в межах області допустимих рішень і може з’явитися тільки на її границях. Таким чином, для находження рішення задачі лінійного програмування достатньо обчислити значення цільової функції у вершинах багатогранника області допустимих рішень і вибрати серед них екстремальне. Однак, вже при порівняно невеликих кількостях обмежень і незалежних змінних такий метод є практично неприйнятним. Тому розроблені методи рішення задачі, котрі дозволяють отримати оптимальне рішення за порівняно невелике число кроків.

Якщо цільова функція має тільки дві змінні, то для рішення задачі лінійного програмування зручно використати графічний метод.

При більшому числі незалежних змінних найбільш розповсюдженим є симплекс-метод і різні його модифікації. При цьому прийнято зводити рішення любої задачі лінійного програмування до рішення задачі мінімізації цільової функції, яка має позитивні змінні та обмеження. Задачу максимізації лінійної функції зводять до задачі мінімізації цільової функції, взятої з протилежним знаком при тих же обмеженнях. Справедливість цього твердження витікає із співвідношення $\max E = -\min(-E)$. Крім того, нескладним перетвореннями необхідно звести задачу до канонічного вигляду.

Канонічною (стандартною) задачею лінійного програмування прийнято називати задачу мінімізації лінійної цільової функції при умовах позитивності всіх незалежних змінних і обмеженнях-рівняннях. Якщо обмеження подані у вигляді не рівнянь:

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ji} \cdot x_i \le b_j \,, \ (i = 1, 2, \ldots, \ n; \ \ j = 1, 2, \ldots, \ m), \qquad (4.1)$$

або

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ji} \cdot x_i \ge b_j \,, \ (i = 1, 2, \ldots, \ n; \ \ j = 1, 2, \ldots, \ m), \qquad (4.2)$$

то для перетворення їх у рівняння необхідно ввести позитивні додаткові змінні в кількості не рівнянь, у першому випадку додати їх до лівої частини не рівнянь, а у другому – відповідно відняти, тобто:

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ji} \cdot x_i + x_{n+1} = b_j \,, \qquad (4.3)$$

або

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ji} \cdot x_i - x_{n+1} = b_j \,. \qquad (4.4)$$

Таким чином, при симплекс-методі постановка задачі лінійного програмування полягає у наступному: знайти значення незалежних змінних $x_1, x_2, \ldots, x_n$, які дають мінімум цільовій функції $f = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \ldots + c_n x_n$ при накладанні лінійних обмежень – рівнянь:

$$\begin{aligned} & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots a_{1n}x_n = b_1; \\ & a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots a_{2n}x_n = b_2; \\ & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ & a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots a_{mn}x_n = b_m; \end{aligned} \qquad (4.5)$$

при $x_i \ge 0$; $i = 1,2,\ldots,n$; $b_j \ge 0$; $j = 1,2,\ldots,m$

Симплекс-метод рішення задачі лінійного програмування представляє собою процедуру перебору вершин гіпербагатогранника області допустимих рішень, які здійснюються так, щоб на кожному кроці відбувалося послідовне наближення цільової функції до мінімуму з автоматичним відкиданням векторів незалежних змінних, в яких цільова функція віддаляється від мінімального значення.

При цьому, після вибору однієї з вершин багатогранника у вигляді початково допустимого базисного рішення задачі, процес обчислення має ітераційний характер: однотипні обчислювальні процедури у визначеній послідовності повторюються до тих пір, поки не буде отримано мінімальне значення цільової функції у одній з вершин, або буде установлена нерозв'язність задачі.

Швидкодія комп'ютера дозволяє легко виконувати неозорі раніше об'єми арифметичних обчислень і порівняно простими засобами вирішувати задачі лінійного програмування. У наш час математичне забезпечення комп'ютера має програми для рішення задач оптимізації лінійним програмуванням, які реалізуються симплекс-методом та його модифікаціями.

4.2 Приклад рішення задачі модифікованим симплекс-методом

Необхідно знайти таке значення незалежних змінних x_1 та x_2, при яких цільова функція $f = x_1 + x_2$ буде мати мінімальне значення при накладених обмеженнях: $x_2 \le 3$; $3 \le x_1 \le 5$; $0{,}5x_1 + x_2 \ge 4$, крім того мається на увазі, що $x_1, x_2 \ge 0$.

Цю систему можна уявити у вигляді: $f = 1 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 \to \min$ при обмеженнях: $0 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 \le 3$; $3 \le (1 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2) \le 5$; $0{,}5 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 \ge 4$.

Розрахунок наведеної системи за допомогою симплекс-методу дає результати: $x_1 = 3{,}0$; $x_2 = 2{,}5$; $f(x)_{min} = 5{,}5$.

4.3 Варіанти завдань

У цій лабораторній роботі потрібно виконати розрахунок оптимальних значень незалежних змінних і цільових функцій наступних варіантів.

Варіант № 1.

Для виробництва сплаву із свинцю, цинку та олову використовують сировину із п’яти сплавів цих же металів. Склад і вартість одного кілограма сплаву наведені у таблиці 4.1

Таблиця 4.1 – Склад і вартість одного кілограма сплаву

Компоненти сплаву	Вміст сплавів, %				
	I	II	III	IV	V
Свинець	10	10	40	60	30
Цинк	10	30	50	30	20
Олово	80	60	10	10	50
Вартість 1 кг сплаву, грн.	4	4,56	5,8	6,0	7,5

Визначити скільки треба взяти частин сплаву кожного виду, щоб виробити з мінімальною собівартістю сплав, який містить 20 % свинцю, 30 % цинку, 50 % олова.

Варіант № 2.

Для виробництва відливків «картер двигуна» із магнієвого сплаву МЛ-5 у цеху може бути використано два види технологічних процесів: лиття у кокіль і під тиском. У технологічних процесах використовується чотири види обладнання (I – плавильне, II – машини лиття під тиском, III – кокільні машини, IV – зачисне обладнання).

На виробництво одного кокільного відливка потрібно використати за одиницю часу 1, 0, 5, 2 одиниць відповідно I, II, III, IV груп обладнання, а для виробництва одного відливка під тиском відповідно витрачається 1, 1, 0, 2 одиниці обладнання I, II, III, IV груп. Кожна група має: I – 18, II – 12, III – 24, IV – 18 одиниць обладнання. Підприємство отримує прибуток від виробництва одного кокільного відливка – 4 грн., відливка під тиском – 6 грн.

Скільки штук відливків кожним видом технологічних процесів потрібно виробити в цеху, щоб отримати найбільший прибуток?

Варіант № 3.

В розпорядженні бригади плавильників є наступні ресурси: 300 кг міді, 100 кг цинку, 160 чоловіко-годин робочого часу. Бригаді дані вказівки виготовити два види сплавів: А і Б. Ціна 1 кг сплаву А – 1,0 грн. і для його виготовлення потрібно 4 кг міді, 2 кг цинку, 2 чоловіко-години робочого часу; ціна 1 кг сплаву Б – 1,2 грн., витрати на його виготовлення складають відповідно 5 кг, 1 кг, 3 чоловіко-години. Потрібно спланувати об'єм виробництва продукції, щоб вартість її була мінімальною.

Варіант № 4.

Бригаді формувальників, які працюють на координатних плитах визначеного розміру, необхідно заформувати 90 комплектів відливків двох типів А і В. В один комплект входять два відливка типу А і 10 відливків типу В. Можливі чотири варіанти розміщення моделей на модельній плиті, при цьому будуть різні витрати корисної площі модельної плити. Дані наведені у таблиці 4.2.

Таблиця 4.2 – Варіанти розміщення моделей на плиті

Варіант розміщення моделей	Кількість моделей, шт.		Витрати корисної площі, дм^3
	A	B	
1	4	0	12
2	3	3	5
3	1	9	3
4	0	12	0

Яку кількість форм потрібно виготовити по кожному із варіантів для отримання 90 комплектів відливків, щоб затрати корисної площі модельної плити були найменшими?

Варіант № 5.

Для виробництва відливків із трьох видів сплавів А, В, С у цеху використовують три види легуючих елементів. Норми витрат легуючих елементів, вартість 1 тонни відливків, загальна кількість легуючих елементів кожного виду, котрі і можуть бути використані у цеху, наведені в таблиці 4.3.

Таблиця 4.3 – Норми витрат легуючих елементів та вартість 1 тонни відливків

Варіант розміщення моделей	Кількість моделей, шт.			Витрати корисної площі, дм^3
	A	B	C	
I	18	15	12	360
II	6	4	8	192
III	5	3	3	180
Вартість 1 тонни відливків, грн.	900	1000	1600	

Сплави А, В, С можуть вироблятися у будь-яких співвідношеннях (збут забезпечений), різниця у вартості металу-основи в цих сплавах настільки мала, що нею можна знехтувати, але виробництво обмежено кількістю легуючих кожного виду.

Складти план виробництва сплавів, при якому загальна вартість всієї продукції буде максимальною.

Варіант № 6.

Треба скласти суміш, яка буде мати хімічні речовини A_1, A_2, A_3, A_4. Відомо, що складена суміш повинна мати речовини A_1, не менш 18 одиниць, A_2 – не менш 56 одиниць, A_3 – не менш 500 одиниць, A_4 – не менш 8 одиниць. Речовини A_1, A_2, A_3, A_4 мають місце у 7 видах продуктів I, II, …, VII у концентраціях, вказаних в таблиці 4.4.

Таблиця 4.4 – Хімічні речовини, види продуктів та їх вартість

Хімічні речовини	Вміст хімічних речовин у продуктах, одиниць						
	I	II	III	IV	V	VI	VII
A_1	180	190	30	10	260	130	21
A_2	20	3	40	865	310	30	2
A_3	-	-	50	6	20	650	200
A_4	9	10	7	12	60	20	10
Вартість одиниці продукту	1,8	1,0	0,28	3,4	2,9	0,5	0,1

Суміш треба скласти так, щоб її вартість була мінімальною.

4.4 Порядок виконання роботи

4.4.1 Вивчити постановку задач лінійного програмування.

4.4.2 Отримати у викладача варіант завдання.

4.4.3 Відокремити у задачі незалежні змінні.

4.4.4 Скласти рівняння цільової функції.

4.4.5 Скласти систему обмежень.

4.4.6 Сформулювати вхідні дані для контрольної програми розрахунку.

4.4.7 Виконати контрольний розрахунок.

4.4.8 Оформити звіт по виконаній роботі.

4.5 Зміст звіту

Звіт повинен містити: текст завдання, рівняння цільової функції, систему обмежень, вхідні дані, результати розрахунку, відповідь, висновки.

4.6 Контрольні запитання

4.6.1 Постановка задачі лінійного програмування.

4.6.2 Властивість цільової функції задачі лінійного програмування.

4.6.3 Етапи пошуку оптимального рішення симплекс-методом.

4.6.4 Графічне рішення задачі лінійного програмування.